Tabla de volumen para el Pinus caribaea var caribaea Cajálbana, Cuba

Estudio especifico de los métodos estadísticos

Por: J. Burley[1]), H. L. Wrigh[2] y E. Matos[3]

RESUMEN

Dentro de los beneficios que se obtienen con el inventario, posiblemente el más útil es el que se refiere a la confección de tablas de volúmenes, partiendo de diámetros y alturas determinadas.

Eso es lo que se ha hecho en este caso en el bosque puro de Pinus caribaea en Cajálbana, Pinar del Río.

Como primer medida, se quiso determinar si las diferencias de altitud podrían influir en el volumen. Al comprobarse que había diferencias sustanciales, se prepararon las tablas de volúmenes locales por aplicación estadística de los datos recogidos en el'campo. El volumen (V) de los árboles fue predicho por una regresión ponderada que incluye como variables independientes la altura del árbol (H), el diámetro cuadrado (D^2) y la interacción de estas dos variables (D^2H).

$$V = 0.001738 - 0.000474\,H + 0.000892\,D^2 + 0.000029\,D^2H$$

Las ecuaciones, métodos de trabajo y simbología aplicada están resumidos en las 4 tablas que acompañan al trabajo.

1) Investigador de Genética Forestal, Instituto de la Mancomunidad, Oxford, Inglaterra. Consultor d'e FAO en Biometría y Mejoramiento de Arboles Forestales en Cuba, septiembre, 1969.
2) Investigador de Estadística y Computación. Instituto Forestal de la Mancomunidad, Oxford, Inglaterra.
3) Responsable de Inventarios, INDAF, Siboney, Habana. Cuba.

INTRODUCCION

Durante 1963, en Cuba, se llevó a cabo un inventario completo de bosques naturales usando parcelas de muestra temporales con una intensidad de muestreo de 0.05% por área. Los datos de este estudio están todavía siendo analizados aunque están algo fuera de fecha y pueden no proporcionar estimados precisos de los volúmenes totales.

Sin embargo ,algunos de .los datos pueden usarse para la construcción de tablas de volúmenes que serán de valor en los estudios futuros. Este trabajo intenta ilustrar las técnicas de regresión estadística que pueden usarse para reemplazar los métodos gráficos laboriosos existentes que son más propensos al error humano y que pueden no Lar indicación de la precisión de los estimados de volumen. Una ventaja importante de los análisis de regresión es que los resultados son idealmente convenientes para las aplicaciones de computadoras. Se usaron para esta ilustración lcs datos de una especie (Pinus caribaea var. caribaea) en un monte (Cajálbana Pinar del Río) pero las técnicas deben aplicarse a todas las especies principales en cada sitio forestal importante.

Para el inventario de 1963 los bosques de Cuba se dividieron en estratos geográficos y cada estrato se separó sistemáticamente en bloques circulares de '0. 1 hectárea para pinos o sistemáticamente para especies de maderas duras, Todos los árboles de más de 6 cm de diámetro a la altura del pecho fueron medidos y clasificados en tres .clases de altura (0-10, 10-15, más de 15 m) y en clases de diámetro de 2 cm. No se ha utilizado fijar la información sobre la altura, La intención era deducir el volumen total para cada especie y estrato multiplicando la distribución de la frecuencia por los volúmenes deducidos de las tablas de volúmenes locales

METODOS CORRIENTES PARA EL CALCIJLO DEL VOLUMEN

Para somputar las tablas de volúmenes locales, se talaron aproximadamente 20 árboles de cada clase de diámetro dentro de cada estrato principal. Se midió el diámetro con la corteza en una dirección hasta el milímetro más cercano nor medio de calibradores a intervalos de 1 m hasta el punto de diámetro de 4 cm. Se registró también el espesor de la corteza. Se registró la altura del árbol hasta este punto y también hasta el tope de la copa, porque originalmente se deseaba estimar el volumen de la madera de la copa disponible para ia combustión. El volumen de la madera, en ambos casos, con la corteza y sin ella. fue calculado para cada árbol y promediado para cada clase de diámetro.

Se trazó una curva a mano relacionando el volumen del árbol con su diámetro en papel logaritmico, para producir una relación lineal. Entonces se leyeron en los gráficos los volúmenes para cada clase de diámetro, pero no pudieron darse los estimados de su precisión. Estos fueron los volúmenes propuestos para usar en la determinación del volumen total de la masa como se describió anteriormente.

TECNICAS PROPUESTAS PARA LA COMPUTACION DE LA TABLA DE VOLUMEN

La técnica estadística del análisis de regresión *se* usa corrientemente para calcular las tablas de volumen. Este método está libre de la parcialidad subjetiva del. trazado de las curvas a mano.

Se examinaron diversas relaciones entre el volumen, el diámetro y la altura por el, método de los mínimos cuadrados. El mejor modelo puede determinarse comparando los tamaños de las desviaciones standard a partir de la regresión o los coeficientes de determinación (r^2) para, las regresiones que tienen la misma variable dependiente, sin embargo, Conde las variables dependientes difieren, por ejemplo en los mo. de los logarítmicos y pesados. debe usarse el índice Furnival (Furnival, 1961). En este informe:

b,, b., y b3 = coeficientes de regresión.
b_0 = constante de regresión
H = A1tura del árbol en metros hasta el punto de diámetro de 4 cm.
V = volumen del árobol con corteza en metros cúbicos hasta un punto de diámetro de 4 cm.
D = Diámetro del árbol en centímetros a la altura del pecho.

TABLA — 1

Coeficientes de determinación (r^2) e índices Furnival (FI) para nueve modelos matemáticos en tres altitudes

Modelo	Ecuación	Clase de Altitud					
		Alto		Medio		Llano	
		r^2	FI	r^2	FI	r^2	FI
1	$V = bo + b_1 D^2$	95.14	0.0082	92.69	0.0190	92.65	0.0176
2	$V = bo + b_1 D^2 H$	98.53	0.0045	96.52	0.0131	97.36	0.0105
3	$V = bo + b_1 D^2 H + b_2 H + b_3 D^2 H$	98.66	0.0045	96.51	0.0131	97.70	0.0100
4	$\log_e V = bo + b_1 \log_e D$	97.29	0.0023	94.95	0.0165	97.06	0.0099
5	$\log_e V = bo + b_1 \log_e D + b_2 \log_e H$	97.61	0.0022	98.01	0.0104	98.46	0.0072
6	$V/D^2 = bo + b_1 (1/D^2)$		0.0031	45.56	0.0155	45.79	0.0110
7	$V/D^2H = bo + b_1 (1/D^2H)$	58.74	0.00260	16.21	0.0102	12.11	0.0079
	$V/D^2 = bo + b_1 (1/D^2) + b_2$	0.89					
8	$(H/D^2) + b_3 H$	71.64	0.00264	75.48	0.0106	77.93	0.0071
	$V/D^2H = bo + b_1 (1/H) + b_2$						
9	$(1/D^2) + b_3 (1/D^2H)$	10.92	0.00255	16.36	0.0103	32.17	0.0070

Al construir–las tablas de volumen hay un problema al seleccionar una función del peso conveniente. Los estimados de los mínimos cuadrados no pesados son totalmente eficientes solamente cuando existe la homoscedasticidad, por ej. solamente cuando el error standard de los residuos es constante para todas las clases de va. riables independientes (Furnival, 1961). En teoría, el peso seleccionado debe ser inversamente proporcional a la varianza de los residuos aunque en la práctica es a menudo difícil seleccionar los pesos apropiados. Sin embargo, se ha demostrado (Cunia, 1964; Wright, 1964) para un amplio rango de especies y sitios, que la va rianza del volumen tiende a ser proporcional a $(D^2H)^2$ *6* (D2)2. Dividiendo cada lado de una ecuación de volumen por la raíz cuadrada de la varianza y entonces, usando un peso constante de 1 es equivalente a usar un peso variable en la ecuación no transformada. **Así,** si la varianza de volumen es proporcional a D4, entonces, pesando la ecuación.

$$V = b_0 + b_1 D^2$$

con un peso de $1/D^4$, **es** el equivalente de usar el modelo

$$V/D^2 = b_0\, 1/D^2 + b_1$$

con un peso constante de unidad.

Se adoptó el siguiente procedimiento para los datos derivados del **P. caribaea** var. **caribaea** en Cajálbana. Los árboles fueron agrupados primero en tres clases de altitudes (alto, medio, llano). Se examinaron nueve modelos matemáticos para cada altitud y éstos fueron puestos en lista junto con sus coeficientes de determinación *y* el índice Furnival en la Tabla 1.

Los modelos 6-9 son derivados de los modelos **1-3** por los siguientes pesajes (ponderaciones):

Modelo **no** pesaüo	Función del pasaje	**Modelo pesado**
1	D^2	**6**
2	D^2H	**7**
3	D^2	**8**
3	D^2H	9

El índice Furnival se computa multiplicando la aesviación standard de la regresión **por** un factor. Este factor depende de la variable dependiente como sigue:

Variable dependiente	Factor
V	1
log V	la media geométrica de V
V/D^2	" " " D^2
V/D^2H	" " " D^2H

La media geométrica se obtiene como

$$\text{antilog} \frac{\sum \text{iog } D^2}{n}$$

Par D^2 y similarmente para V y D^2H

El factor puede contemplarse como transformando la desviación standard en unidades de volumen. El modelo con el indice Furnival más pequeño se toma como el más apropiado.

Para la altitud media, el modelo 7 tenía un índice Furnivai ligeramente más pequeño que el modelo 9, pero el modelo 9 se ajustaba mejor a los datos cuando se promediaba sobre todas las tres ubicaciones; **por** lo tanto, fueron comparadas las Y ecuaciones para el modelo 9; no habia diferencia entre las pendientes o las constantes de las **tres** regresiones individuales (Tabla 2ª) y la regresión combinada (Tabla 2b) era estadísticamente significativa.

T A B L A — 2

Análisis de varianza y regresión

A. Pendientes y constantes de regresión para el modelo 9 en tres altitudes

Fuentes de variación	Grados de libertad	Cuadrado medio	Proporc. de Varianza
Diferencias entre constantes	2	2 918 x 10	1.698 n.s.
Diferencias entre pendientes	6	2 584 x 10	1.504 n.s.
Residuo	184	1 719 x 10	

n.s. = no significativo al nivel de probabilidad del 0.5%

B. Regresión combinada

Fuentes de variación	Grados de libertad	Cuadrado medio	Proporc. de varianza
Regresión	3	2 825 x 10	16.07 ***
Residuo	192	1.758 x 10	
Total	195	2.166 x 10	

*** = significativo al nivel de probabilidad del 0 1%

T A B L A 3

Volúmenes en metros cúbicos

A. Volúmenes con la corteza

Clase de diámetro	Clase de altura (m)							
(DBH, cm)	3	5	7	9	11	13	15	17
6	0.007	0.008	0.009	0.010	0.011	0.012	0.014	0.015
8	0.012	0.015	0.017	0.020	0.023	0.026	0.028	0.031
10	0.018	0.023	0.028	0.033	0.038	0.042	0.047	0.052
12	0.026	0.033	0.041	0.048	0.056	0.063	0.071	0.078
14	0.035	0.046	0.056	0.067	0.077	0.088	0.098	0.108
16	0.046	0.060	0.074	0.088	0.102	0.116	0.130	0.143
18	0.058	0.076	0.094	0.112	0.130	0.148	0.165	0.183
20	0.072	0.094	0.116	0.139	0.161	0.183	0.205	0.228
22	0.087	0.114	0.141	0.168	0.195	0.223	0.250	0.277
24	0.103	0.136	0.168	0.201	0.223	0.266	0.298	0.331
26	0.121	0.160	0.198	0.236	0.274	0.313	0.351	0.389
28	0.141	0.185	0.230	0.274	0.319	0.365	0.408	0.452

B. Volumen sin la corteza

Clase de diámetro	Clase de altura (m)							
(DBH, cm)	3	5	7	9	11	13	15	17
6	0.005	0.005	0.006	0.007	0.007	0.008	0.009	0.010
8	0.008	0.010	0.012	0.014	0.016	0.018	0.019	0.021
10	0.013	0.017	0.020	0.024	0.027	0.030	0.034	0.037
12	0.019	0.025	0.031	0.036	0.042	0.047	0.053	0.058
14	0.027	0.035	0.043	0.051	0.059	0.068	0.075	0.083
16	0.036	0.047	0.058	0.069	0.080	0.091	0.102	0.112
18	0.046	0.060	0.075	0.089	0.103	0.118	0.131	0.146
20	0.058	0.075	0.093	0.111	0.129	0.147	0.164	0.183
22	0.070	0.092	0.113	0.135	0.157	0.179	0.201	0.222
24	0.083	0.109	0.135	0.161	0.187	0.214	0.239	0.226
26	0.097	0.128	0.159	0.190	0.220	0.251	0.282	0.312
28	0.113	0.149	0.185	0.220	0.256	0.291	0.328	0.363

TABLA 4

Tabla de existencias normales mostrando los números de árboles —muestra en cada clase de diámetro y altura— combinadas todas las altitudes

Clase de diámetro (DBH,cm)	Clase de altura (m) 5	7	9	11	13	15	Total
6	3	17	0	0	0	0	20
8	1	9	6	5	0	0	21
10	2	9	8	2	0	0	21
12	1	1	13	6	1	0	22
14	0	0	4	13	4	0	21
16	0	0	3	12	6	1	21
18	0	0	2	10	7	5	24
20	0	0	0	8	6	6	20
22	0	0	0	10	9	1	20
24	0	0	0	1	4	0	5
Total	7	36	36	67	37	13	196

Esto implicaba que una regresión común podía usarse para los tres sitios con los siguientes parámetros.

$$V/D^2H = 0.000029 + 0.0000.92\ (1/H) - 0.000474\ (1/D^2) + 0.001738\ (1/D^2H),$$

que multiplicando ambos lados por (D^2H) se convierte en:

$$V = .000029D^2H + 0.000092D^2 - 0.000474\ (H) + 0.001738$$

Esta ecuación fue usada para computar una tabla de volumen con la corteza local para un rango de clases de altura y diámetro (Tabla 3a).

Usando las proporciones de volumen sin la corteza a volumen con la corteza, fue computado un factor para deducir volúmenes sin la corteza de volúmenes con la corteza. Este factor (F) se obtiene del diámetro por una expresión cuadrática:

$$F = 0.5086 + 0.025D - 0.000641D^2$$

para valores hasta *22* cm inclusive. Para diámetros mayores de 22 cm se usa un valor constante de ***0.803.*** La regresión cuadrática se calculó por sobre el 94 por ciento de la variación. La tabla de volumen sin la corteza está dada en la Tabla **3b.**

Una tabla de existencias normales mostrando el rango de los datos combinados usados en la construcción de la misma está dada en la Tabla 4. Debe tenerse cui. dado cuando se usa la tabla de volumen para valores de diámetro y altura fuera de este rango. El error expresado como un porcentaje del volumen medio pronosticado con la corteza para un rango de diámetro y altura está dado abajo:

D	H	Error ±%
6	5	4.0
10	7	1.7
10	11	1.5
14	9	1.1
14	13	1.2
18	9	1.3
18	15	1.7
22	11	1.1
22	17	2.2
26	15	1.8

Debe enfatizarse que este error no se aplica para los volúmenes de árboles viduales. El error se computa usando la teoría de regresión standard. El error será más alto para la tabla sin la corteza, debido al error involucrado al predecir el factor de conversión.

RECOMENDACIONES PARA EL USO POSTERIOR

Se recomienda que este procedimiento con algunas modificaciones debe repetirse para cada una especies principales en cada uno de los estratos que se muestrean. Finalmente, para cada especie pueden hacerse compraciones entre los estratos con la posibilidad de combinar datos para producir una tabla de volumen general.

Para cada uno de los estratos deben seleccionarse de 100-150 'árboles para las mediciones. Estas deben esparcirse igualmente a través del rango del diámetro y la altura y deben cubrir cualquiera de las variaciones del sitio, tal como la altitud. La ecuación de volumen apropiada se selecciona entonces como anteriormente y se prepara una tabla de volumen.

Puede ser aconsejable obtener nuevos conjuntos de datos, porque ha habido mucha tala y re-plantación desde el inventario de 1963. Las tablas de volumen no son estáticas y deben probarse periódicamente contra los árboles medios. Las regresiones deducidas de las nuevas mediciones pueden compararse con aquellas tomadas en 1963. siempre que se usen procedimientos iguales o más precisos para las mediciones. Una vez que las tablas estén disponibles, pueden usarse en el inventario nacional.

REFERENCIAS:

Cunia, T. 1964 Método pesado de los mínimos cuadrados y construcción da tablas de volumen. For. Sci.10 (180-191).

Furnival, G.M.1961 Un índice para comparar ecuaciones usadas en la construcción de tablas de volumen. For. Sci. 7 (337-341)

Wright, H.L.1964 Una investigación en el pasaje de las ecuaciones de la ta de volumen. Informe no publicado, Oxford.