

MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL CRECIMIENTO DEL DIÁMETRO MEDIO Y LA ALTURA MEDIA DE *PINUS* *CARIBAEA* MORELET VAR. *CARIBAEA* BARRET Y GOLFARI EN LA UNIDAD SILVÍCOLA LOS JAZMINES, VIÑALES

MATHEMATICAL MODELLING OF THE MEAN DIAMETER AND MEAN HEIGHT GROWING OF *PINUS CARIBAEA* MORELET VAR. *CARIBAEA* BARRET Y GOLFARI AT THE JAZMINES SILVICULTURAL UNIT, VIÑALES

DR. C. JUANA T. SUÁREZ-SARRÍA,¹ DR. C. JOSÉ A. BRAVO-IGLESIAS,¹ ING. JUAN M. MONTALVO-GUERRERO,¹
ING. YOSNIEL PEÑA-HERNÁNDEZ,¹ ESP. MANUEL VALLE-LÓPEZ¹ E ING. ROBERTO VALDÉS-ROJA²

¹ Instituto de Investigaciones Agro-Forestales. Calle 174 no. 1723 e/ 17 B y 17 C, Siboney, Playa,
La Habana, teresa@forestales.co.cu

² Empresa Forestal Integral La Palma. Carretera La Jibara Km 1^{1/2}, Pinar del Río, Cuba

RESUMEN

La modelación matemática constituye una herramienta muy útil para la planificación y gestión de los ecosistemas forestales. Con el objetivo de predecir el comportamiento del diámetro medio y la altura media en plantaciones de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea*. Barret y Golfari de la Unidad Silvícola Los Jazmines se evaluaron siete modelos de regresión no lineal, donde los modelos que mejor bondad de ajuste presentaron para el diámetro medio fueron los de Hossfeld I (modificado) y Strand, con un coeficiente de determinación del 67,6 % y dos parámetros significativos, y para la altura media el modelo de Terazaki con un coeficiente de determinación del 47,9 % y dos parámetros de alta significación ($p < 0,001$). Se presentan las curvas que describen la evolución en el tiempo del Incremento Medio Anual (IMA) y el Incremento Corriente Anual (ICA) de dicha variable.

Palabras claves: *Pinus caribaea*, modelación matemática, crecimiento, diámetro, altura.

ABSTRACT

Mathematical modelling constitutes a very useful tool for the planning and administration of the forest ecosystems. With the objective of predicting the behavior of the mean diameter and the mean height in plantations of *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea*. Barret y Golfari at the Jazminez Silvicultural Unit, seven models non- lineal regression were evaluated. The models of the best goodness of fit for the mean diameter were the of Hossfeld I (modified) and Strand, with a coefficient of determination of 67,6 % and two parameters of significance, and, for the mean height, the model of Terazaki with a coefficient of determination of 47,9 % and two parameters of high significance ($p < 0.001$). The curves that describe the evolution in time of the annual mean increment (IMA), and the annual periodical increment (ICA) of this variable are provided.

Key words: *Pinus caribaea*, mathematical modelling, growth, diameter, height.

INTRODUCCIÓN

La preferencia al desarrollo de las plantaciones de pino en Cuba [Samek, 1967] es muy importante debido a que los pinos cubanos son árboles de crecimiento rápido, y además las plantaciones pueden, en la mayoría de los casos, tener carácter de plantaciones indus-

triales, es decir, pueden realizarse en una forma relativamente intensiva y así lograr la producción rápida de madera utilizable.

Los modelos de crecimiento y de rendimiento constituyen una herramienta de gran valor para la planificación de las actividades de

manejo forestal. El concepto básico del bosque o de una plantación forestal comercial, como fuentes continuas de productos forestales, descansa en la capacidad que se tiene para crecer [Ramírez y Zepeda, 1994].

El objetivo de este trabajo fue modelar el crecimiento del diámetro medio y la altura media de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea*. Barret y Golfari en la Unidad Silvícola Los Jazmines.

MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio se realizó en la Unidad Silvícola Los Jazmines, del municipio de Viñales, perteneciente a la Empresa Forestal Integral La Palma. Los tipos de suelos presentes son ferralítico rojo, ferralítico rojo lixiviado, ferralítico cuarcítico amarillento lixiviado, ferralítico cuarcítico amarillento rojizo lixiviado, pardo sin carbonatos, pardo grisáceo y esquelético. La temperatura media es de 25,5 °C y con una precipitación anual de 1857,8 mm [Ministerio de la Agricultura, 2009].

Se muestrearon rodales en un rango de edad entre tres y treinta y un años. Se levantaron 180 parcelas temporales de 500 m², tomándose los diámetros de todos los árboles a 1, 30 m sobre el nivel del suelo, y las alturas de dos árboles por cada clase diamétrica. Con esta información se calculó el diámetro medio y la altura media para cada rodal. Para el levantamiento del área y toma de los datos dasométricos se utilizó la cinta métrica de 50 m, cinta diamétrica, brújula, hipsómetro de Suunto, GPS y machete.

Se evaluaron siete modelos de crecimiento reportados por la literatura [Prodan *et al.*, 1997; Casañas, 2000; Sánchez Rodríguez, 2001 y Kiviste *et al.*, 2002].

$$\text{Hossfeld I} \quad y = \frac{t^2}{(a + bt + ct^2)}$$

$$\text{Strand} \quad y = \left[\frac{t}{a + bt} \right]^3$$

$$\text{Hossfeld IV} \quad y = \frac{t^c}{a + bt^c}$$

$$\text{Yoschida I} \quad y = \frac{t^c}{a + bt^c} - d$$

$$\text{Terazaki} \quad y = e^{\frac{a-b}{t}}$$

$$\text{Hossfeld I (Modificado)} \quad y = \frac{t^2}{(a + bt)^2}$$

$$\text{Smalian} \quad y = \frac{t}{(a + bt + ct^2)}$$

Donde:

a, b, c, d: Parámetros a estimar
t: Tiempo o edad de los rodales

Se consideraron algunos de los criterios estadísticos desarrollados por Kiviste *et al.* (2002), Guerra *et al.* (2003) y Torres y Ortiz (2005) para la selección del modelo de mejor ajuste: coeficiente de determinación (R^2), coeficiente de determinación ajustado (R^2_{aj}), error estándar de la estimación, sesgo, Error Medio Cuadrático (CME), error medio en valor absoluto (EMA) y estadístico *d*, de Durbin-Watson.

Se calculó el Incremento Corriente Anual (ICA) y el Incremento Medio Anual (IMA), según Prodan *et al.* (1997).

El análisis de la información se realizó con ayuda de los programas estadísticos Statgraphics Plus versión 5.1 e Infostat versión 1.0.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los valores estadísticos coeficiente de determinación y coeficiente de determinación ajustado que se muestran en la *Tabla 1* son similares para todos los modelos; sin embargo, los modelos de Hossfeld I (modificado) y Strand presentan menor desviación con respecto a los valores observados, mayor precisión de las estimaciones, un menor error medio en valor absoluto y valores del estadístico Durbin-Watson adecuados, mostrando sus parámetros significativos.

TABLA 1
Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos para el diámetro medio

<i>Modelo</i>	R^2	R^2_{adj}	<i>Sesgo</i>	<i>CME</i>	<i>EMA</i>	<i>Durbin-Watson</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
Hossfeld I	67,6	67,3	0,0014	2,99	1,41	1,67	2,5533 ± 1,6215 NS	0,3825 ± 0,2001 NS	0,0423 ± 0,0064 ***	–
Hossfeld I (modificado)	67,6	67,4	–0,0019	2,97	1,41	1,67	1,2769 ± 0,0844***	0,1969 ± 0,0044 ***	–	–
Hossfeld IV	67,6	67,3	0,0011	2,98	1,41	1,67	1,8169 ± 1,1005 NS	0,0461 ± 0,0058***	1,4803 ± 0,2915***	–
Strand	67,6	67,4	0,0002	2,97	1,41	1,67	1,2981 ± 0,0844**	0,3430 ± 0,0045***	–	–
Terazaki	67,4	67,3	0,0040	2,98	1,42	1,67	3,1414 ± 0,0311***	8,9766 ± 0,5641***	–	–
Yoschida I	67,3	67,1	–0,0070	3,00	1,41	1,67	0,7370 ± 0,8333 NS	0,0080 ± 0,0314 NS	1,3842 ± 1,0233 NS	1,3480 ± 6,5310 NS
Smalian	67,6	67,3	–0,0016	2,99	1,41	1,67	0,8931 ± 0,1369***	0,0113 ± 0,0149 NS	0,0006 ± 0,0004 NS	–

*** $p < 0,001$ ** $p < 0,01$ * $p < 0,05$ NS – $P > 0,05$

En las Figs. 1 y 2 se muestran el comportamiento de los datos ajustados por los modelos de Hossfeld I (modificado) y Strand. Estos resultados difieren de los obtenidos por Suárez

et al. (2011), donde los modelos de mejor ajuste para el diámetro en *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea*. Barret y Golfari en el municipio de La Palma resultaron Hossfeld I y Hossfeld IV.

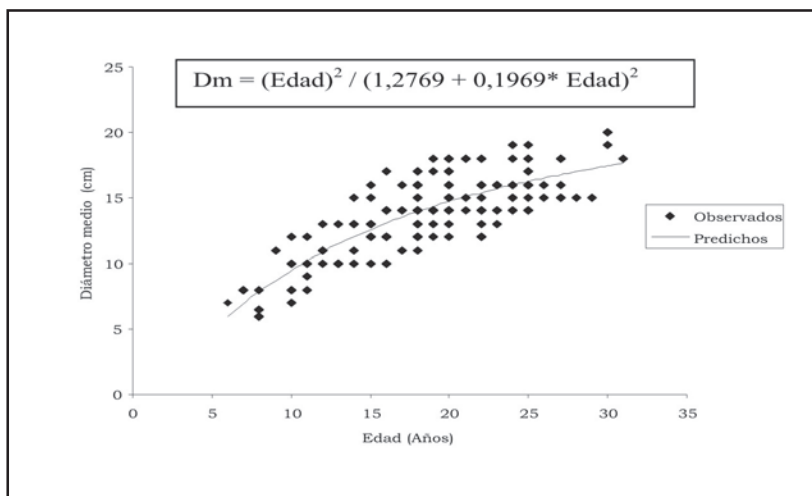


Figura 1. Modelo Hossfeld I (modificado) ajustado al diámetro medio.

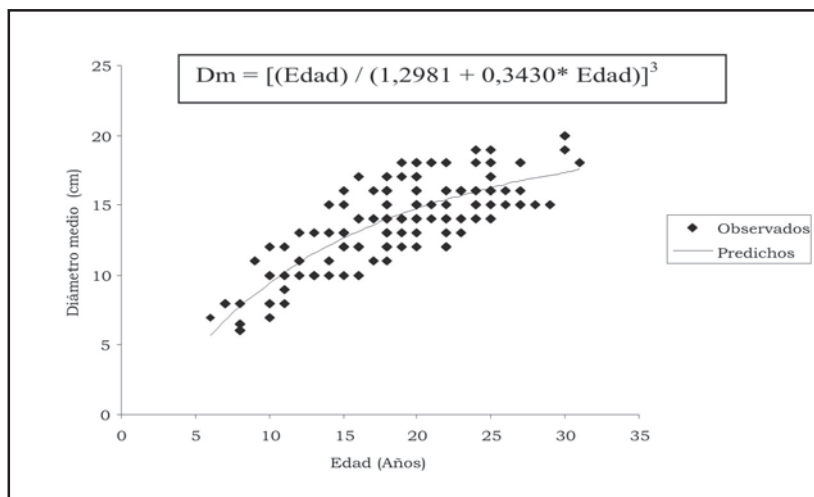


Figura 2. Modelo Strand ajustado al diámetro medio.

En las Figs. 3 y 4 se muestran el comportamiento del incremento corriente anual (ICA) e incremento medio anual (IMA) a través de los modelos Hossfeld I (modificado) y Strand. Se observa que se producen los puntos de inflexión a los 3,2 y 3,7 años de edad, respectivamente, e igualándose el ICA e IMA a los 6,5 años en el modelo Hossfeld I (modificado), y a los 7,6 años en el modelo Strand, con tasas de crecimiento de 0,99 y 0,97 cm/año, mo-

mento en que la especie muestra todo su potencial para el diámetro medio. Estos resultados difieren de los obtenidos por Suárez et al. (2011) en el municipio de La Palma con los modelos Hossfeld I y Hossfeld IV, donde ambos alcanzaron el punto de inflexión a siete años de edad, e igualándose el ICA e IMA a los 12,3 años para el modelo Hossfeld I, y a los 11,7 años en el modelo Hossfeld IV, con una tasa de crecimiento de 1,19 cm/año.

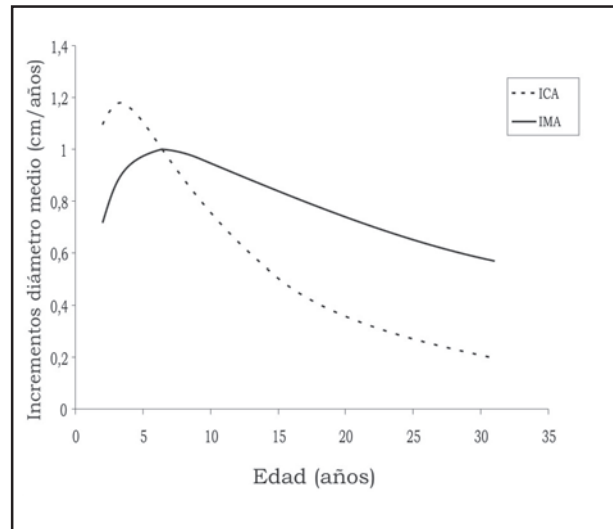


Figura 3. Incrementos en diámetro ajustados por el modelo de Hossfeld I (modificado).

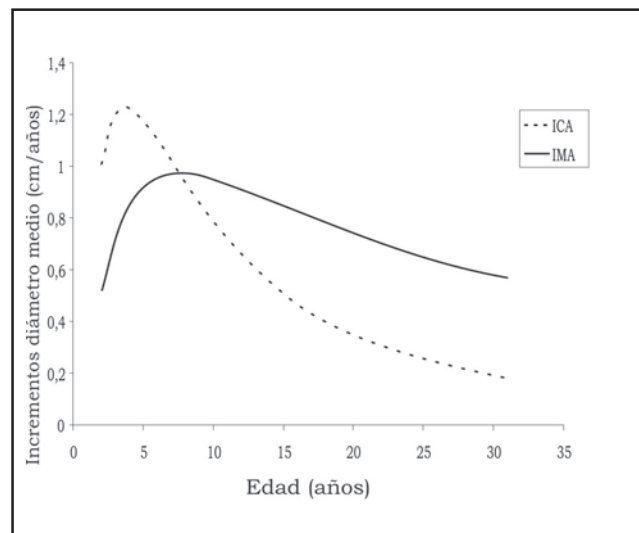


Figura 4. Incrementos en diámetro ajustados por el modelo de Strand.

ICA: Incremento corriente anual IMA: Incremento medio anual

La *Tabla 2* muestra que los modelos ajustados explicaron más o menos el 47 % de la variabilidad de la altura media de los rodales; sin embargo, los modelos Hossfeld I, Hossfeld IV, Yoshida I y Smalian presentaron parámetros no significativos con los modelos de mejor

ajuste Hossfeld I (modificado), Strand y Terazaki, siendo seleccionado el último modelo por mostrar un comportamiento lógico en la descripción de la evolución en el tiempo del incremento corriente anual e incremento medio anual.

TABLA 2
Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos para la altura media

<i>Modelo</i>	<i>R²</i>	<i>R²aj</i>	<i>Sesgo</i>	<i>CME</i>	<i>EMA</i>	<i>Durbin-Watson</i>	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>
Hossfeld I	47,9	47,0	-0,0000005	0,36	0,48	2,14	1,2539 ± 4,6175 NS	0,3585 ± 0,4701 NS	0,0673 ± 0,0117***	-
Hossfeld I (Modificado)	47,6	47,2	0,00012	0,36	0,48	2,14	4,7574 ± 0,4778***	0,0762 ± 0,0012***	-	--
Hossfeld IV	47,9	47,0	0,00003	0,36	0,48	2,14	2,9332 ± 2,6316 NS	0,1144 ± 0,0643 NS	1,8846 ± 0,1609***	-
Strand	47,9	47,5	-0,0005	0,36	0,48	2,14	0,8138 ± 0,0800***	0,4047 ± 0,0040***	-	-
Terazaki	47,9	47,5	0,000001	0,36	0,48	2,14	2,7001 ± 0,2270***	5,4704 ± 5,5363***	-	-
Yoschida I	47,7	46,2	0,0007	0,37	0,48	2,13	0,0022 ± 0,0471 NS	0,0031 ± 0,0477 NS	0,0400 ± 0,9507 NS	186,15 ± 5,94 E-8 NS
Smalian	47,9	47,0	0,000002	0,36	0,47	2,14	0,5575 ± 0,2384***	0,0570 ± 0,0233***	0,0002 ± 0,0006 NS	-

*** *p* < 0,001

** *p* < 0,01

* *p* < 0,05

NS – *P* > 0,05

En la Fig. 5 se muestra el comportamiento de los datos ajustados por el modelo de Terazaki. Estos resultados difieren de los del municipio

de La Palma, donde los modelos de mejor ajuste para la altura media obtenidos por Suárez *et al.* (2011) fueron Hossfeld I y Hossfeld IV.

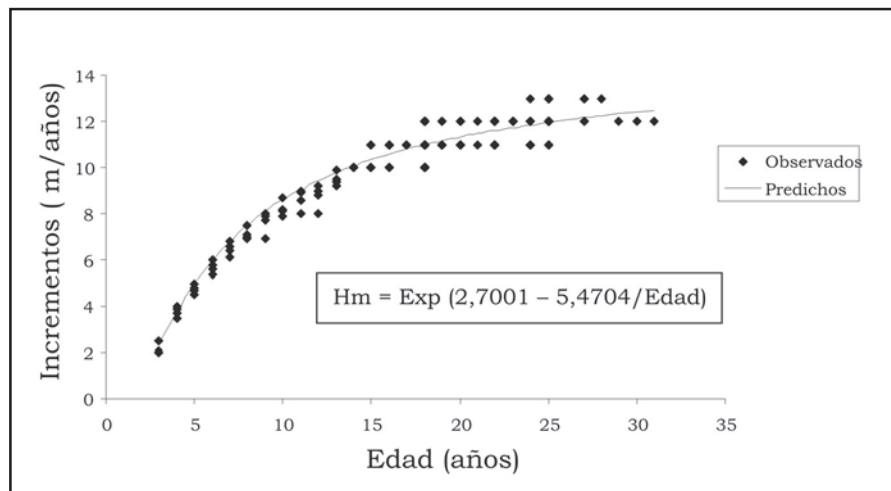


Figura 5. Modelo Terazaki ajustado a la altura media.

En la Fig. 6 se muestra el comportamiento del incremento corriente anual e incremento medio anual a través del modelo Terazaki, observándose un punto de inflexión a los 3,0 años de edad e igualándose el ICA e IMA a los 5,5 años, con una tasa de crecimiento de 1,0 m/año,

momento en el que la especie manifiesta todo su potencial para la altura media. Estos resultados difieren de los obtenidos por Suárez *et al.* (2011) para los momentos en que se produce el punto de inflexión, e igualan el ICA e IMA en el municipio de La Palma.

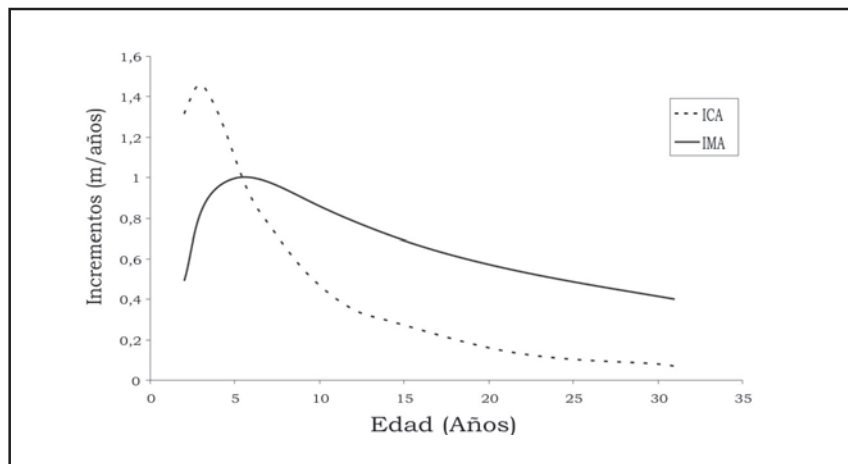


Figura 6. Incrementos en altura media ajustados por el modelo de Terazaki.

ICA: Incremento corriente anual

IMA: Incremento medio anual

Análisis crítico del porcentaje de la variación de la variable dependiente que es explicada por la variable predictora

La variación del diámetro medio y la altura media se explican hasta un 67 y 47 % res-

pectivamente. Ambas variables mostraron una gran dispersión. Esto puede estar dado a la diversidad de los suelos de los rodales y a que no se efectuaron los manejos en el momento oportuno. Al realizarse el análisis

de regresión se detectaron residuos atípicos y puntos influyentes, por lo que se hizo necesario eliminar un número de observaciones.

CONCLUSIONES

- Los modelos de Hossfeld I (modificado) y Strand fueron los que mejor describieron el comportamiento en el tiempo del diámetro medio, así como el modelo Terazaki para la altura media de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari en la Unidad Silvícola Los Jazmines.

BIBLIOGRAFÍA

- CASAÑAS, N. 2000. «*Pinus pinea* L. en el Sistema Central (Valles del Tiétar y del Alberche): Desarrollo de un modelo de gestión y producción de piña. España». Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias forestales,. Universidad de Madrid.
- GUERRA, C. W., CABRERA, A., FERNÁNDEZ, L. 2003. «Criterios para la selección de modelos estadísticos en la investigación científica», *Revista Cubana de Ciencia Agrícola* (CU) 37 (1): 3.
- KIVISTE, A., ÁLVAREZ, A., ROJO, A., RUÍZ, D. 2002. *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*, Ministerio de Ciencia y Tecnología, Instituto de Investigaciones y Tecnología Agraria y Alimentaria, Madrid, 190 pp.
- MINISTERIO DE LA AGRICULTURA. 2009. «Proyecto de Organización y Desarrollo de la Economía Forestal de la Empresa Forestal Integral Viñales, Provincia Pinar del Río», Grupo Empresarial de Agricultura de Montaña. Cuba.
- PRODAN, M. ET AL. 1997. *Mensura forestal*, Proyecto IICA BMZ / GTZ, Sobre Agricultura, Recursos Naturales y Desarrollo Sostenible, Costa Rica, Editorial IICA, 561 pp.
- RAMÍREZ, M. H., ZEPEDA, M. B. 1994. «Rendimientos maderables de especies forestales; actualidades en México», en IV Reunión Nacional de Plantaciones Forestales. SF y de FS/INIFAP, México, D.F., s/p.
- SAMEK, V. 1967. *Elementos de silvicultura de los pinares*, Academia de Ciencias de Cuba, 102 pp.
- SÁNCHEZ RODRÍGUEZ, F. 2001. «Estudio de calidad de estación, crecimiento, producción y silvicultura de *Pinus radiata* D. Don en Galicia. España». Tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Forestales, Universidad de Santiago de Compostela.
- Software estadístico Statgraphics *Plus* versión 5.1 sobre Windows, 1995.
- Software estadístico Infostat versión 1.0.
- SUÁREZ, J. T. ET AL. 2011. «Modelación matemática del diámetro medio y la altura media de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barret y Golfari en la Empresa Forestal Integral La Palma», *Revista Forestal Baracoa* (CU) 30 (1): 13-19.
- TORRES, V., ORTIZ, J. 2005. «Aplicaciones de la modelación y simulación en la producción y alimentación de animales de granja», *Revista Cubana Ciencia Agrícola* (CU) 39, Número Especial, pp. 397-405.

RESEÑA CURRICULAR

Autora principal: Juana Teresa Suárez Sarria

Ingeniera Forestal, máster en Geografía, Medio Ambiente y Ordenamiento Territorial, doctora en Ciencias Forestales, es investigadora titular y directora de la UCTB de Investigación e Innovación Tecnológica del Instituto de Investigaciones Agro-Forestales. Ha impartido docencia a especialistas nacionales y extranjeros, y participado en eventos nacionales e internacionales.