

MODELACIÓN MATEMÁTICA DEL CRECIMIENTO DEL DIÁMETRO MEDIO Y LA ALTURA MEDIA DE *PINUS CARIBAEA* MORELET VAR. *CARIBAEA* BARRETT Y GOLFARI EN LA EMPRESA FORESTAL INTEGRAL LA PALMA

MATHEMATICAL MODELLING OF THE MEAN DIAMETER AND MEAN HEIGHT GROWING OF *PINUS CARIBAEA* VAR. *CARIBAEA* BARRETT Y GOLFARI IN FOREST ENTERPRISE LA PALMA

DR. C. JUANA TERESA SUÁREZ-SARRÍA,¹ DR. C. JOSÉ ANTONIO BRAVO-IGLESIAS,¹ ING. JUAN MIGUEL MONTALVO-GUERRERO,¹ ESP. MANUEL VALLE-LÓPEZ¹ E ING. ROBERTO VALDÉS-ROJA²

¹ Instituto de Investigaciones Agro-Forestales. Calle 174 no. 1723 e/ 17 B y 17 C, Siboney, Playa, La Habana, teresa@forestales.co.cu

² Empresa Forestal Integral La Palma. Carretera La Jíbara Km 1½, Pinar del Río, Cuba

RESUMEN

La modelación matemática constituye una herramienta muy útil para la planificación y gestión de los ecosistemas forestales. Con el objetivo de predecir el comportamiento del diámetro medio y la altura media en plantaciones de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barrett y Golfari de la Empresa Forestal Integral La Palma, se evaluaron siete modelos de regresión no lineal, donde los modelos que mejor bondad de ajuste presentaron para el diámetro medio fueron los de Hossfeld I y Hossfeld IV, con un coeficiente de determinación del 60,8% y dos parámetros de alta significación ($p < 0,001$), y para la altura media los modelos de Hossfeld I y Hossfeld IV con un coeficiente de determinación del 62,1% y dos parámetros de alta significación ($p < 0,001$). Se presentan las curvas que describen la evolución en el tiempo del incremento medio anual (IMA) y el incremento corriente anual (ICA) de esa variable.

Palabras claves: *Pinus caribaea*, modelos matemáticos, crecimiento, diámetro, altura

ABSTRACT

Mathematical modelling constitutes a very useful tool for the planning and administration of the forest ecosystems. With the objective of predicting the behavior of the mean diameter and the mean height in plantations of *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea*. Barrett y Golfari in Integral Forest Enterprise La Palma, seven models non-linear regression were evaluated. The models of the best goodness of fit for the mean diameter were the of Hossfeld I and Hossfeld IV, with a coefficient of determination of 60,8% and two parameters of high significance ($p < 0.001$), and, for the mean height, the model of Hossfeld I and Hossfeld IV with a coefficient of determination of 62,1% and two parameters of high significance ($p < 0.001$). The curves that describe the evolution in time of the annual mean increment (IMA), and the annual periodical increment (ICA) of this variable are provided.

Key words: *Pinus caribaea*, mathematical model, growth, diameter, height

INTRODUCCIÓN

Pinus caribaea es una de las especies forestales de gran importancia debido a los usos que se hacen de su madera, siendo una de las priorizadas en los planes de reforestación de nuestro país. Por tal motivo se hace necesario conocer la dinámica de crecimiento de los rodales con el fin de establecer planes de

manejo bajo criterios técnicos y científicos que den respuesta a las demandas de la economía forestal.

La modelación matemática constituye una de las técnicas estadísticas más usadas por los investigadores para predecir el crecimiento y rendimiento de las plantaciones, y lograr ca-

racterizar el comportamiento en el tiempo de alguna variable dendrométrica o dasométrica.

El objetivo de este trabajo fue modelar el crecimiento del diámetro medio y la altura media de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barrett y Golfari en la Empresa Forestal Integral La Palma

MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio se realizó en la Empresa Forestal Integral La Palma, en el municipio de igual nombre, situado en el centro-norte de la provincia de Pinar del Río. Tiene una extensión de 621,43 km², incluyendo 7,51 km² de los cayos. Limita al norte con el Océano Atlántico, al sur con los municipios de Consolación del Sur y Los Palacios, al este con el municipio de Bahía Honda, al sur-este con el municipio de San Cristóbal, y al oeste con el de Viñales. Los tipos de suelos presentes son ferrítico púrpura, ferralítico rojo, ferralítico rojo lixiviado, ferralítico cuarcítico amarillo rojizo lixiviado, fersialítico rojo pardusco ferromagnesial, fersialítico pardo rojizo, pardo sin carbonatos, pardo con carbonatos, aluvial, esquelético y cenagoso. La temperatura media es de 24,5°C y con una precipitación anual de 1842,7 mm [Minag, 2002].

Se muestrearon rodales en un rango de edad entre cuatro y cincuenta y cinco años. Se levantaron 379 parcelas temporales de 500 m², y se tomaron los diámetros de todos los árboles a 1, 30 m sobre el nivel del suelo, y las alturas de dos árboles por cada clase diamétrica, con cuya información se calculó el diámetro medio y la altura media para cada rodal. Para el levantamiento del área y toma de los datos dasométricos se utilizó la cinta métrica de 50 m, cinta diamétrica, brújula, hipsómetro de Suunto, GPS y machete.

Se evaluaron siete modelos de crecimiento reportados por la literatura [Prodan *et al.*, 1997; Casañas, 2000; Sánchez, 2001 y Kiviste *et al.*, 2002].

$$\text{Hossfeld I} \quad y = \frac{t^2}{(a + bt + ct^2)}$$

$$\text{Strand} \quad y = \left[\frac{t}{a + bt} \right]^3$$

$$\text{Hossfeld IV} \quad y = \frac{t^c}{a + bt^c}$$

$$\text{Yoschida I} \quad y = \frac{t^c}{a + bt^c} - d$$

$$\text{Terazaki} \quad y = e^{a - \frac{b}{t}}$$

$$\text{Hossfeld I (modificado)} \quad y = \frac{t^2}{(a + bt)^2}$$

$$\text{Smalian} \quad Y = \frac{t}{(a + bt + ct^2)}$$

donde:

a, b, c, d: Parámetros por estimar

t: Tiempo o edad de los rodales

Se consideraron algunos de los criterios estadísticos desarrollados por Kiviste *et al.* (2002), Guerra *et al.* (2003) y Torres y Ortiz (2005) para la selección del modelo de mejor ajuste: coeficiente de determinación (R²), error estándar de la estimación, sesgo, error medio cuadrático (CME), error medio en valor absoluto (EMA) y estadístico *d*, de Durbin-Watson.

Se calculó el incremento corriente anual (ICA) y el incremento medio anual (IMA) según Prodan *et al.* (1997).

El análisis de la información se realizó con ayuda de los programas estadísticos Statgraphics Plus versión 5.1 e Infostat versión 1.0.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Los valores estadísticos que se muestran en la *Tabla 1* son similares para todos los modelos; sin embargo, los modelos de Smalian, Yoschida I, Hossfeld I y Hossfeld IV presentan un mayor coeficiente de determinación, coeficiente de determinación ajustado, menor desviación con respecto a los valores observados, mayor precisión de las estimaciones, un menor error medio en valor absoluto, valores del estadístico Durbin-Watson adecuados, mostrando los cuatro modelos dos parámetros significativos (*p* < 0,001); pero mediante los modelos

de Smalian y Yoschida I no se pudieron representar adecuadamente los incrementos. En las Figs. 1 y 2 se muestra el comportamiento de los datos ajustados por los modelos de Hossfeld I y Hossfeld IV. Se observa la gran dispersión de los valores observados por

edad, siendo la razón de los valores que se presentan de los coeficientes de determinación. Aproximadamente a los treinta años de edad se forma una meseta, indicando una estabilidad del crecimiento en el tiempo dado por el estado adulto o de madurez de la plantación.

TABLA 1
Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos para el diámetro medio

Modelo	R^2	R^2_{aj}	Sesgo	CME	EMA	Durbin-Watson	a	b	c	d
Hossfeld I	60,8	60,6	0,0399	17,68	3,28	1,50	5,8939 $\pm 1,2909^{***}$	-0,1178 $\pm 0,1388$ NS	0,0388 $\pm 0,0320^{***}$	-
Hossfeld I (modificado)	59,3	59,2	- 0,0437	18,32	3,33	1,44	1,1705 $\pm 0,0642^{***}$	0,1641 $\pm 0,0031^{***}$	-	-
Hossfeld IV	60,8	60,6	0,0216	17,71	3,27	1,50	5,1969 $\pm 2,9498$ NS	0,03622 $\pm 0,0015^{***}$	2,0325 $\pm 0,2396^{***}$	-
Strand	59,7	59,6	- 0,0300	18,17	3,32	1,46	1,2740 $\pm 0,0684^{***}$	0,3031 $\pm 0,0034^{***}$	-	-
Terazaki	60,1	60,0	- 0,0016	17,98	3,30	1,48	3,5210 $\pm 0,0276^{***}$	10,0721 $\pm 0,5208^{***}$	-	-
Yoschida I	61,0	60,7	- 0,0214	17,67	3,27	1,51	10,8305 $\pm 18,271$ NS	0,0399 $\pm 0,0076^{**}$	2,2271 $\pm 0,5949^{**}$	-2,2124 $\pm 3,4821$ NS
Smalian	61,5	61,3	0,0006	17,37	3,26	1,52	0,9647 $\pm 0,09908^{***}$	-0,02002 $\pm 0,0084$ NS	0,0010 $\pm 0,0002^{***}$	-

*** $p < 0,001$

** $p < 0,01$

* $p < 0,05$

NS- $p > 0,05$

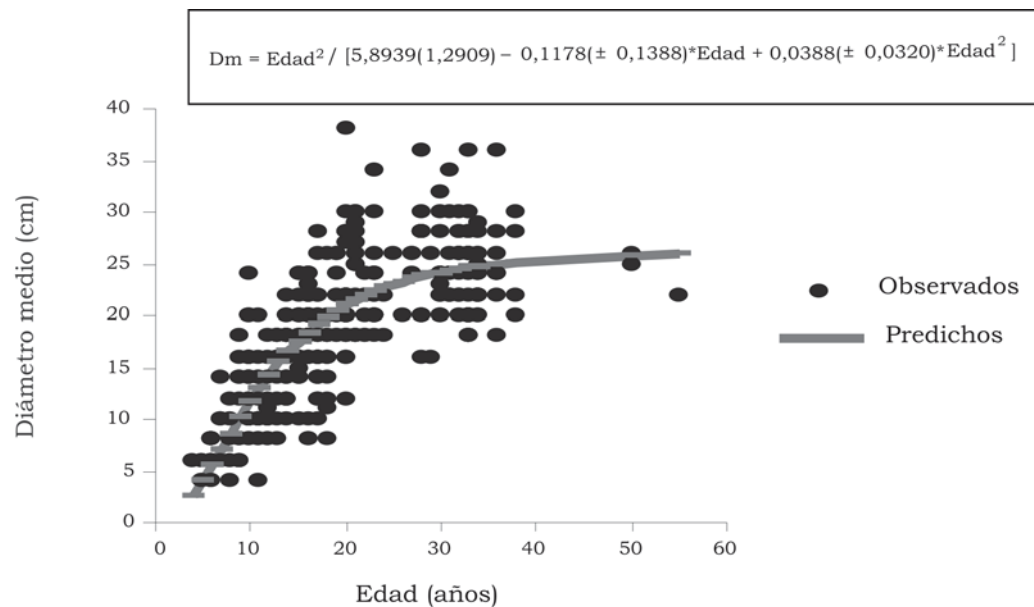


Figura 1. Modelo Hossfeld I ajustado al diámetro medio.

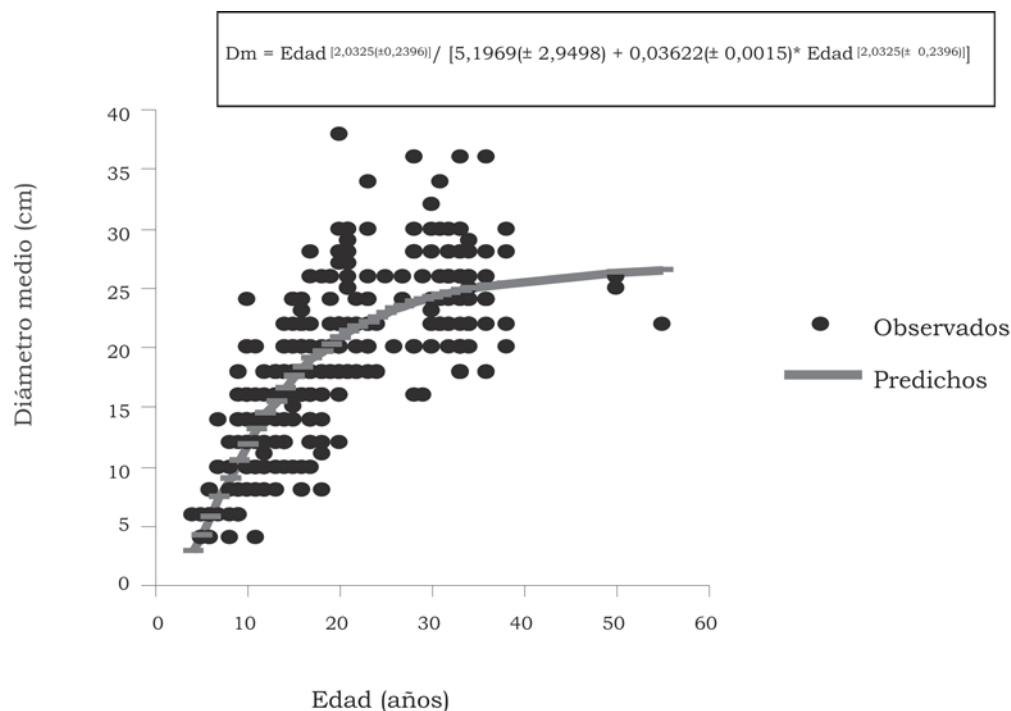
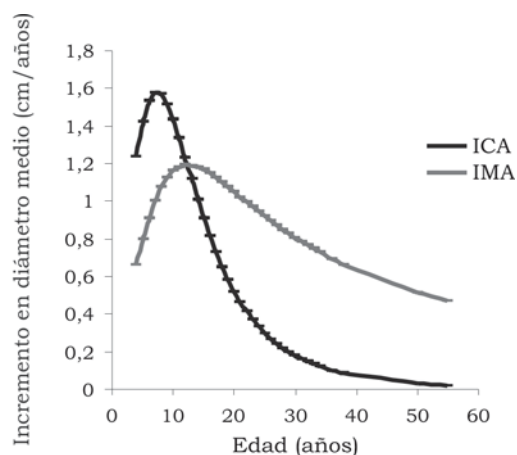


Figura 2. Modelo Hossfeld IV ajustado al diámetro medio

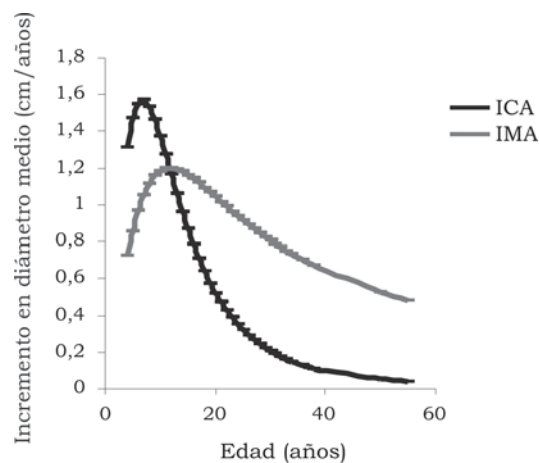
En las Figs. 3 y 4 se muestra el comportamiento del incremento corriente anual e incremento medio anual a través de los modelos Hossfeld I y Hossfeld IV. Se observa que en ambos modelos se produce un punto de inflexión a los siete años de edad e igualán-

dose el ICA e IMA a 12,3 años en el modelo Hossfeld I, y a los 11,7 años en el modelo Hossfeld IV, con una tasa de crecimiento de 1,19 cm/año, momento en el que la especie muestra todo su potencial para el diámetro medio.



ICA: Incremento corriente anual

Figura 3. Incrementos en diámetro ajustados por el modelo de Hossfeld I



IMA: Incremento medio anual

Figura 4. Incrementos en diámetro ajustados por el modelo de Hossfeld IV

La *Tabla 2* muestra que los modelos ajustados explicaron hasta el 62% de la variabilidad de la altura media de los rodales. Los modelos Hossfeld I, Hossfeld IV y Yoshida I presenta-

ron los mejores resultados en todos los criterios de ajuste; sin embargo, la representación gráfica de los incrementos a través del modelo Yoshida I no se describe adecuadamente.

TABLA 2
Estadísticos de ajuste y estimaciones de los parámetros de los modelos para la altura media

Modelo	R^2	R^2_{aj}	Sesgo	CME	EMA	Durban-Watson	a	b	c	d
Hossfeld I	62,1	61,9	0,0052	10,16	2,49	1,46	5,0153 $\pm 1,2787^{***}$	0,0493 $\pm 0,1426$ NS	0,0441 $\pm 0,0036^{***}$	—
Hossfeld I (modificado)	61,1	61,0	— 0,0308	10,38	5,55	1,42	1,2302 $\pm 0,0646^{***}$	0,1850 $\pm 0,0032^{***}$	—	—
Hossfeld IV	62,1	61,9	0,0031	10,15	2,49	1,46	4,4068 $\pm 2,2526$ NS	0,0446 $\pm 0,0019^{***}$	1,9074 $\pm 0,2211^{***}$	—
Strand	61,4	61,3	— 0,0222	10,30	2,53	1,43	1,2907 $\pm 0,0665^{***}$	0,3281 $\pm 0,0034^{***}$	—	—
Terazaki	61,8	61,7	— 0,0046	10,20	2,51	1,45	3,2876 $\pm 0,0249^{***}$	9,4909 $\pm 0,4750^{***}$	—	—
Yoshida I	62,1	61,8	— 0,0003	10,18	2,48	1,46	10,1937 $\pm 19,7168$ NS	0,0495 $\pm 0,0098^{***}$	2,1577 $\pm 0,6072^{***}$	-1,6767 $\pm 2,9531^{***}$
Smalian	61,6	61,4	— 0,0225	10,29	2,51	1,43	0,9311 $\pm 0,0927^{***}$	-0,0017 $\pm 0,0087$ NS	0,0007 $\pm 0,0002^{***}$	—

*** $p < 0,001$

** $p < 0,01$

* $p < 0,05$

NS- $p > 0,05$

En las *Figs. 5 6* se muestra el comportamiento de los datos ajustados por los modelos de Hossfeld I Y Hossfeld V. Se observa la gran dispersión de los valores observados por edad, siendo la razón de los valores que se presen-

tan de los coeficientes de determinación. Aproximadamente a los treinta años de edad se forma una meseta, lo que indica una estabilidad del crecimiento en el tiempo, siendo similar al comportamiento del diámetro medio.

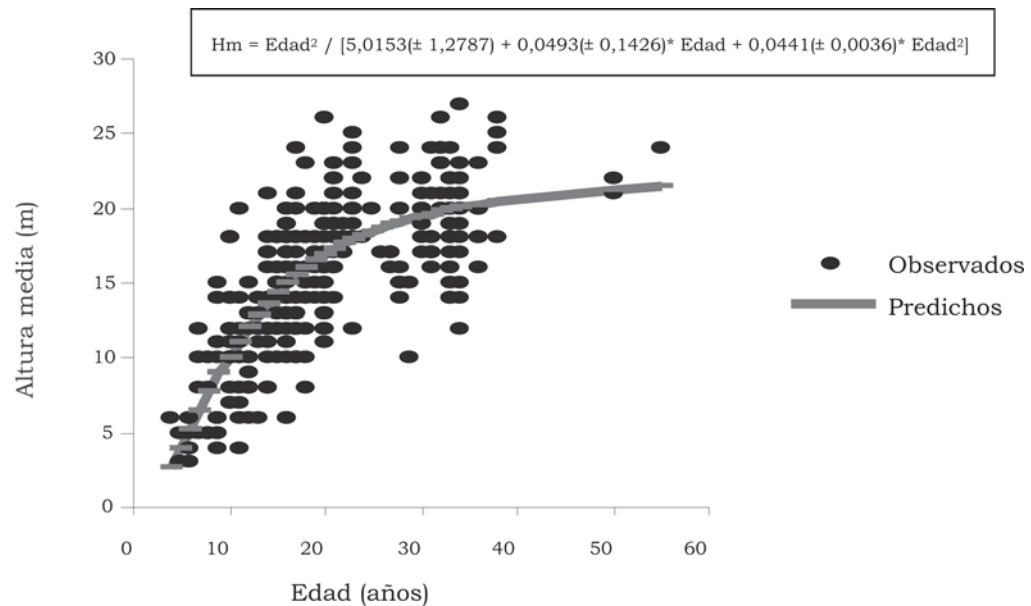


Figura 5. Modelo Hossfeld I ajustado a la altura media.

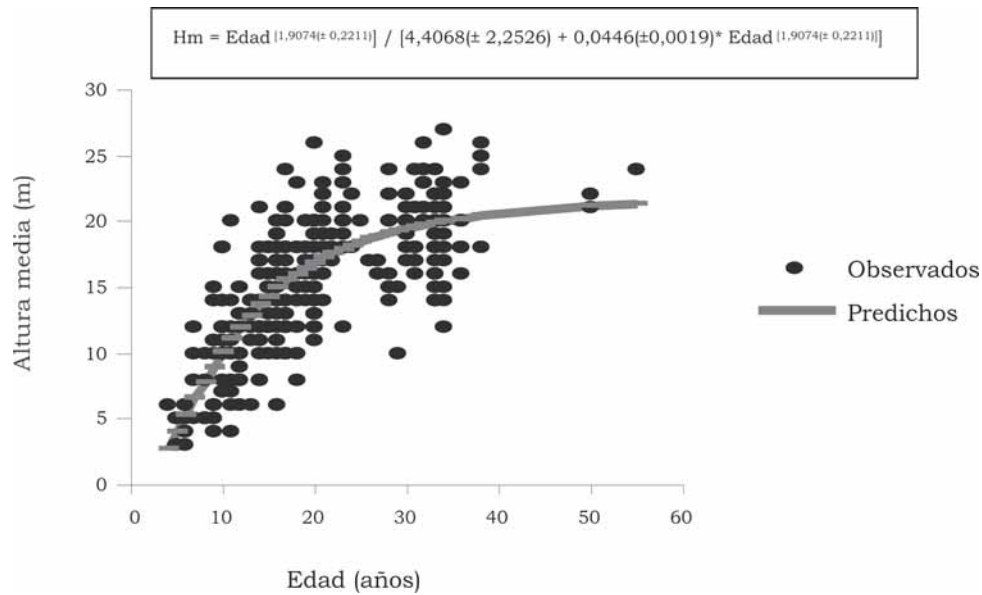
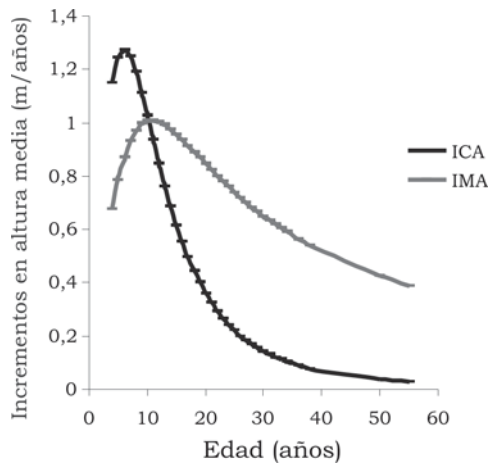


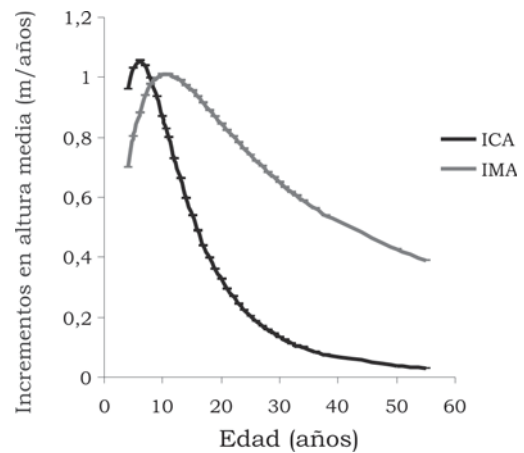
Figura 6. Modelo Hossfeld IV ajustado a la altura media

En las Figs. 7 y 8 aparece el comportamiento del incremento corriente anual e incremento medio anual a través de los modelos Hossfeld I y Hossfeld IV. Se observa que en ambos modelos se produce un punto de in-

flexión a los seis años de edad e igualándose el ICA e IMA a los 10,6 años para los dos modelos, con una tasa de crecimiento de 1,01 m/año, momento en el que la especie muestra todo su potencial para la altura media.



ICA: Incremento corriente anual



IMA: Incremento medio anual

Figura 7. Incrementos en altura media ajustados por el modelo de Hossfeld I.

Figura 8. Incrementos en altura media ajustados por el modelo de Hossfeld IV.

Las plantaciones de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barrett y Golfari en la Empresa Forestal Integral La Palma de manera general se pueden considerar de calidad regular, lo que está dado porque no se le han realizado los manejos silvícolas en el momento adecuado, además de las afectaciones por incendios y fenómenos climatológicos. Se corroboró lo planteado por Matos (1972) cuando dijo que el incremento por hectárea de las masas de pinos es muy bajo, y la explicación viene dada por el conocimiento que se tiene de las condiciones en que se han desenvuelto esas masas, bajo explotaciones desordenadas y por la acción del fuego a que periódicamente han sido sometidos.

CONCLUSIONES

- Los modelos de Hossfeld I y Hossfeld IV fueron los que mejor describieron el comportamiento en el tiempo del diámetro medio y la altura media de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barrett y Golfari en la Empresa Forestal Integral La Palma.
- Las plantaciones de *Pinus caribaea* Morelet var. *caribaea* Barrett y Golfari en la Empresa Forestal Integral La Palma de manera general se pueden considerar de calidad regular debido a que no se les han hecho los manejos en el momento adecuado.

RESEÑA CURRICULAR

Autora principal: Juana Teresa Suárez Sarriá

Ingeniera forestal, doctora en Ciencias Ecológicas, máster en Geografía, Medio Ambiente y Ordenamiento Territorial, Investigadora Auxiliar del Departamento de Silvicultura y Medio Ambiente del Instituto de Investigaciones Agro-Forestales. Se encuentra en el Programa Conjunto de Doctorado Universidad de Alicante-Universidad de Pinar del Río: Desarrollo Sostenible de Bosques Tropicales. Manejo Forestal y Turístico. Ha impartido capacitación a especialistas nacionales e extranjeros y participado en eventos nacionales e internacionales.

BIBLIOGRAFÍA

- CASAÑAS, N. 2000: «*Pinus pinea* L. en el Sistema Central (Valles del Tiétar y del Alberche): Desarrollo de un modelo de gestión y producción de piña», tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Forestales, Universidad de Madrid.
- GUERRA, C. W.; CABRERA, A.; FERNÁNDEZ, L. 2003: «Criterios para la selección de modelos estadísticos en la investigación científica», *Revista Cubana de Ciencia Agrícola* (CU) 37(1): 3.
- KIVISTE ET AL. 2002: *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*, Instituto de Investigaciones y Tecnología Agraria y Alimentaria, Ministerio de Ciencia y Tecnología, Madrid, 190 p.
- MATOS, E. 1972: «Análisis del incremento, edades y regeneración natural en las zonas de pinos de Cuba», *Memorias especiales de Cuba al VI Congreso Forestal Mundial*, Instituto Cubano del Libro, La Habana, pp. 81-108.
- MINIAG 2002: *Proyecto de organización y desarrollo de la economía forestal de la Empresa Forestal Integral La Palma, provincia Pinar del Río*, Grupo Empresarial de Agricultura de Montaña, Instituto de Investigaciones Forestales, 147 p.
- PRODAN, M.; PETERS, R.; COX, F.; REAL, P. 1997: *Mensura forestal*, Proyecto IICA BMZ / GTZ, sobre Agricultura, Recursos Naturales y Desarrollo Sostenible, IICA, Costa Rica, 561 p.
- SÁNCHEZ RODRÍGUEZ, F. 2001: «Estudio de calidad de estación, crecimiento, producción y silvicultura de *Pinus radiata* D. Don en Galicia. Madrid», tesis en opción al grado científico de Doctor en Ciencias Forestales, Universidad de Santiago de Compostela.
- Software estadístico Statgraphics *Plus* versión 5.1 sobre Windows, 1995.
- Software estadístico Infostat versión 1.0.
- TORRES, V.; ORTIZ, J. 2005: «Aplicaciones de la modelación y simulación en la producción y alimentación de animales de granja», *Revista Cubana Ciencia Agrícola* (CU) 39, número especial, pp. 397-405.