

# MODELACIÓN DEL CRECIMIENTO DEL DIÁMETRO MEDIO DE *PINUS CUBENSIS* GRISEB EN LA EMPRESA FORESTAL INTEGRAL BARACOA

## MODELLING OF THE MEAN DIAMETER GROW OF *PINUS CUBENSIS* GRISEB IN INTEGRAL FOREST ENTERPRISE BARACOA

DR. C. JOSÉ ANTONIO BRAVO-IGLESIAS,<sup>1</sup> DRA C. VERENA TORRES-CÁRDENAS,<sup>2</sup> LIC. LOURDES RODRÍGUEZ-SHADE,<sup>2</sup> ING. WILMER TOIRAC-ARGÜELLES,<sup>3</sup> ING. JUAN MIGUEL MONTALVO-GUERRERO,<sup>1</sup> ESP. VÍCTOR M. FUENTES-UTRÍA<sup>3</sup> E ING. PEDRO RODRÍGUEZ-CUEVAS<sup>4</sup>

<sup>1</sup> Instituto de Investigaciones Agro-Forestales. Calle 174 no. 1723 e/ 17B y 17C, reparto Siboney, Playa, La Habana, bravo@forestales.co.cu

<sup>2</sup> Instituto de Ciencia Animal. Km 47<sup>1/2</sup> San José de las Lajas, Mayabeque, Cuba

<sup>3</sup> Estación Experimental Forestal Baracoa. Carretera Central, Paso de Cuba, Baracoa, Guantánamo, Cuba

<sup>4</sup> Empresa Forestal Integral Baracoa. Bohorque 126, carretera a Guantánamo, Baracoa, Guantánamo, Cuba

### RESUMEN

Con el objetivo de predecir el crecimiento del diámetro medio en plantaciones de *Pinus cubensis* Griseb de la Empresa Forestal Integral Baracoa se evaluaron ocho modelos de regresión no lineal, utilizándose muestras obtenidas a partir del Bootstrap. Fue seleccionado el modelo de Hossfeld I (modificado), que muestra valores adecuados en los estadísticos y que mejor describe el comportamiento biológico de la especie. Se presentan las curvas que describen la evolución en el tiempo del incremento medio anual (IMA) y el incremento corriente anual (ICA) de esa variable.

Palabras claves: *Pinus cubensis*, modelos, crecimiento, diámetro.

### INTRODUCCIÓN

El crecimiento de un árbol o de una masa forestal está representado por su respectivo desarrollo, es decir, por el aumento en sus dimensiones: altura, diámetro, área basal y volumen. Este crecimiento, considerado en un período de tiempo determinado, se denomina *incremento*, el cual representa un aumento en la cantidad de tejido acumulado de floema y xilema en forma de corteza y madera respectivamente [Klepac, 1983].

### ABSTRACT

With the objective of predicting the growth of the mean diameter in plantations of *Pinus cubensis* Griseb in Integral Forest Enterprise Baracoa, eight models of non-linear regression were evaluated, using samples obtained from the Bootstrap. The model of the best goodness of fit for the mean diameter was that of Hossfeld I (modified) with appropriate statistical values and describing the best the biological performance of the species. The curves describing the evolution in time of the annual mean increment (IMA), and the annual periodical increment (ICA) of this variable are provided.

Key words: *Pinus cubensis*, models, growth, diameter.

El Bootstrap es considerado como un tipo especial de simulación denominada *simulación basada en los datos*. Este procedimiento se basa en la analogía entre la muestra y la población [Efron y Tibshirani, 1986], de la cual la muestra es extraída, implica remuestreo (*resampling*) de los datos obtenidos en una muestra, muchas veces para generar una estimación empírica de la distribución muestral completa de un estadístico.

El objetivo de este trabajo fue seleccionar el modelo de mejor ajuste en el crecimiento del diámetro medio de *Pinus cubensis* Griseb en la Empresa Forestal Integral Baracoa a partir de muestras obtenidas por el método Bootstrap, y compararlo con el modelo de mejor ajuste (Parte I) obtenido por Bravo *et al.* (2010).

## MATERIALES Y MÉTODOS

Las áreas experimentales se encuentran ubicadas en las unidades silvícolas Baracoa, Cayo Güin y Combate de Sabanilla, pertenecientes a la Empresa Forestal Integral Baracoa. La temperatura media anual reportada es de 26,8 °C, el mes más frío es febrero (24,7 °C) y los más calientes julio y agosto (28,6 °C), la precipitación media anual es 1174,3 mm y la humedad relativa promedio 80 %. Los suelos predominantes son ferrítico púrpura, ferralítico rojo, ferralítico amarillento, fersialítico rojo parduzco, fersialítico pardo rojizo, pardo sin carbonato y esquelético [Rodríguez *et al.*, 2008].

Se probaron ocho modelos reportados por Kiviste *et al.* (2002).

Gompertz

$$y = ae^{be^{ct}}$$

Hossfeld I

$$y = \frac{t^2}{(a + bt + ct^2)}$$

Hossfeld I (modificado)

$$y = \frac{t^2}{(a + bt)^2}$$

Hossfeld II

$$y = \frac{t(a + bt^2)}{(c + t^3)}$$

Logístico

$$y = \frac{a}{(1 + be^{-ct})}$$

Strand

$$y = \left[ \frac{t}{a + bt} \right]^3$$

Terazaki

$$y = e^{\frac{a-b}{t}}$$

Yoschida I

$$y = \frac{t^c}{a + bt^c} - d$$

Donde:

*a, b, c, d*: Parámetros a estimar  
*t*: Tiempo o edad de los rodales

Los valores originales utilizados para obtener el modelo de mejor ajuste (Parte I) se remuestrearon mediante el método Bootstrap con magnitud Bootstrap (B), B = 100 por cada edad, obteniéndose 2900 y 2800 muestras para el ajuste y validación respectivamente.

Para la selección de los modelos de mejor ajuste se usaron los criterios de Kiviste *et al.* (2002), Guerra *et al.* (2003) y Torres y Ortiz (2005).

- *Coefficiente de determinación (R<sup>2</sup>)*: declara qué porcentaje de la variación de la variable dependiente es explicada por las variables predictoras.
- *Coefficiente de determinación ajustado (R<sup>2</sup>ajust)*: es una corrección o ajuste del coeficiente de determinación por el tamaño de muestra *n* como el número de parámetros del modelo.
- *Sesgo*: promedio de la desviación del modelo con respecto a los valores observados.
- *Error medio cuadrático (CME)*: analiza la precisión de las estimaciones.
- *Error medio en valor absoluto (EMA)*: da una idea de la magnitud media de los errores independientemente de su signo.

Se empleó un nivel de significación del 5 % para el análisis de varianza de las regresiones, utilizándose los programas estadísticos Statgraphics Plus versión 5.1 (1995) e InfoStat (2008). Además, a través de las curvas de evolución en el tiempo del incremento corriente anual e incremento medio anual se describió el comportamiento biológico de la especie, tenido en cuenta para la selección del mejor modelo.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

La *Tabla 1* muestra que entre todos los modelos probados, Hossfeld I y Hossfeld I (modificado)

do) muestra los mejores estadígrafos, siendo escogido para el ajuste del diámetro medio el segundo modelo por describir adecuadamente el comportamiento biológico de la especie.

**TABLA 1**  
Estadísticos de ajuste y estimación de los parámetros de los modelos

Modelo	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> aj	Sesgo	CME	EMA	a	b	c	d
Gompertz	96,0	96,0	-0,1060	9,46	2,30	66,0588 ± 0,4934***	2,5446 ± 0,0159***	0,0526 ± 0,0006***	-
Hossfeld I	97,2	97,2	-0,0175	6,61	1,76	0,2562 ± 0,0650***	0,5643 ± 0,0067***	0,0067 ± 0,0001***	-
Hossfeld I (modificado)	96,2	96,2	0,2875	8,01	2,02	1,60902 ± 0,0100***	0,105015 ± 0,0003***	-	-
Hossfeld II	96,0	96,0	0,3386	8,45	2,08	5,60 x 10 <sup>-9</sup> ± 1,6 x 10 <sup>7</sup> ***	-452421 ± 8315,47***	3,99 x 10 <sup>-9</sup> ± 9,8 x 10 <sup>-8</sup>	-
Logístico	94,9	94,9	0,1868	12,16	2,72	59,9801 ± 0,3593 ***	7,2632 ± 0,0977***	0,0870 ± 0,0009***	-
Strand	95,4	95,4	0,3963	10,89	2,30	1,8547 ± 0,0127***	0,2305 ± 0,0004***	-	-
Terazaki	93,2	93,2	0,5917	16,30	3,01	4,2371 ± 0,0053***	16,1629 ± 0,1341***	-	-
Yoschida I	94,0	94,0	0,0081	14,26	2,71	0,0051 ± 0,0079 (NS)	0,00011 ± 0,0116 (NS)	0,0837 ± 0,4958 (NS)	214,773 ± 739,3 (NS)

\*\*\* P < 0,001

\*\* P < 0,01

\* P < 0,05 NS-P

> 0,05

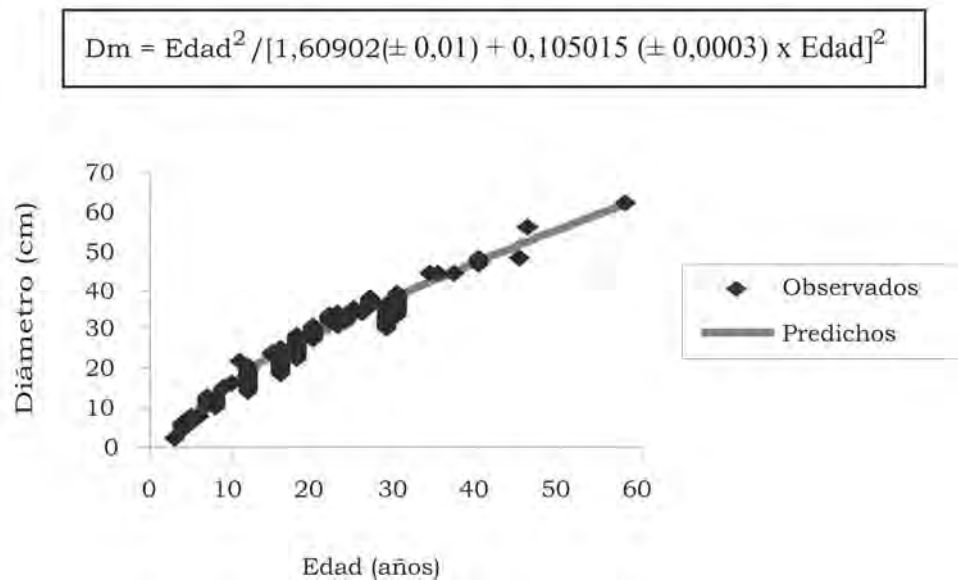


Figura 1 Modelo Hossfeld I (modificado) ajustado al diámetro medio (con remuestreo).

En la *Fig. 1* se observa el comportamiento del diámetro medio a través del tiempo y con la utilización como predictor del modelo Hossfeld I

(modificado), percibiéndose de manera general el agrupamiento de los valores observados a una edad determinada.

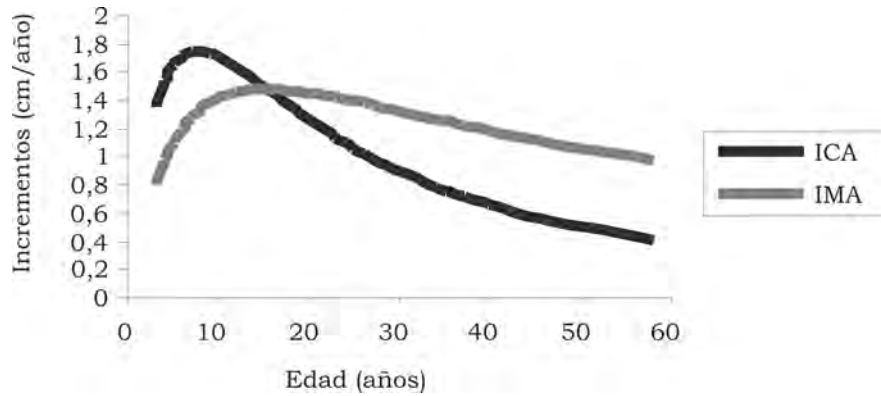


Figura 2. Incrementos en diámetro ajustado por el modelo Hossfeld I (modificado).

La Fig. 2 muestra el comportamiento en el tiempo de las plantaciones de *Pinus cubensis* Griseb, observándose un crecimiento acelerado en las primeras edades, hasta los ocho años de edad, cuando se produce un punto de inflexión que se corresponde con el valor máximo de la curva de crecimiento corrien-

te. A partir de ese momento el crecimiento disminuye paulatinamente, por lo cual los valores de ICA dentro de un año comienzan a descender, siendo a los 15,3 años de edad cuando se igualan el incremento medio anual (IMA) y el incremento corriente anual (ICA) con una tasa de crecimiento de 1,48 cm/año.

**TABLA 2**  
Estadístico de validación del modelo de mejor ajuste (con remuestro)

Modelo	$R^2$	$R^2$ ajustado	Sesgo	CME	EMA
Hossfeld I (modificado)	95,8	95,8	0,306251	10,07	2,11

En la Tabla 2 se muestran los estadísticos de validación de modelo Hossfeld I (modificado), a partir del remuestreo, donde se observa que presenta valores similares a los obtenidos en el ajuste, demostrándose la validez del modelo.

Al comparar los valores predichos obtenidos con el modelo Hossfeld I (modificado) a partir de los valores observados (Parte I), y los valores predichos remuestreados (Parte II) contra los valores observados, se observa que con los valores remuestreados se estima con mayor exactitud el diámetro medio por edad. Esto se corrobora al observar los valores que presentan los estadígrafos. De lo anteriormente analizado quedó demostrado que la obtención de un modelo matemático para la modelación del diámetro medio a partir del remuestreo mediante el método Bootstrap

permite obtener estimaciones más exactas, muy próximas al verdadero valor, corroborándose lo planteado por Efron y Tibshirani (1993), que mediante este método se genera un número elevado de muestras aleatorias, constituyendo una técnica muy poderosa. Estos resultados apoyan el uso del procedimiento Bootstrap en el ámbito de la regresión, y en particular en la estimación del crecimiento de una variable dasométrica a partir de la edad como variable independiente.

## CONCLUSIONES

- El modelo Hossfeld I (modificado) a partir del remuestreo presentó estadísticos adecuados para la modelación del crecimiento del diámetro medio de *Pinus cubensis*

Griseb, y resultó el que mejor describe el comportamiento biológico de la especie.

- La modelación del diámetro medio a partir del remuestreo mediante el método Bootstrap permite obtener estimaciones más exactas, muy próximas al verdadero valor.

## BIBLIOGRAFÍA

- BRAVO, J.A. ET AL. 2010: «Modelación del crecimiento del diámetro medio de *Pinus cubensis* Griseb en la Empresa Forestal Integral Baracoa», *Revista Forestal Baracoa* (CU) 29 (2): 23-29, enero-junio.
- EFRON, B.; TIBSHIRANI, R. J. 1993: *An Introduction to the Bootstrap*, Chapman & Hall, Nueva York, 436 pp.
- GUERRA, C. W.; CABRERA, A.; FERNÁNDEZ, L. 2003: «Criterios para la selección de modelos estadísticos en la investigación científica», *Revista Cubana de Ciencia Agrícola* (CU) 37 (1): 3.
- INFOSTAT (2008): InfoStat, versión 2008. Universidad Nacional de Córdoba. Argentina.
- KLEPAC, D. 1983: *Crecimiento e incremento de árboles y masas forestales*, Universidad Autónoma Chapingo, México, 365 pp.
- KIVISTE, A.; ÁLVAREZ, J. G.; ROJO, A.; GONZÁLEZ, A. D. 2002: *Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal*, Instituto de Investigaciones y Tecnología Agraria y Alimentaria, Madrid, 190 pp.
- RODRÍGUEZ, P. E.; NOA, N.; LEYVA, G. A.; RODRÍGUEZ, B. 2008: *Proyecto de organización y desarrollo de la economía forestal 2008-2017*, Grupo Empresarial de la Agricultura de Montaña. Empresa Forestal Integral Baracoa, Minag, 57 pp.
- Software estadístico Statgraphics Plus versión 5.1 sobre Windows, 1995.
- TORRES, V.; ORTIZ, J. 2005: «Aplicaciones de la modelación y simulación en la producción y alimentación de animales de granja», *Revista Cubana Ciencia Agrícola* (CU) 39: número especial.

## RESEÑA CURRICULAR

Autor principal: José A. Bravo Iglesias

Doctor en Ciencias Forestales, investigador auxiliar del Instituto de Investigaciones Agro-Forestales, trabaja en la temática de Silvicultura y Medio Ambiente, y Biometría Forestal. Profesor instructor, ha impartido cursos de posgrado sobre Silvicultura, Agroecología y Diseño Experimental, entre otros. Recibió premio en el Fórum Tecnológico Especial Los Cambios Climáticos y la Actividad Agraria. Ha participado en eventos nacionales e internacionales.