
ESTIMACIÓN DE LA ALTURA TOTAL EN PLANTACIONES DE CASUARINA *EQUISETIFOLIA* FORST.

DR. JULIO YOAN BENÍTEZ-NARANJO,¹ ING. MIGUEL RIVERO-VEGA,¹ DR. ALBERTO VIDAL-CORONA,² ING. WILMER TOIRAC-ARGÜELLES³ Y TÈC. UBERTO PELÁEZ-MARTÍNEZ¹

¹ Estación Experimental Forestal Camagüey. Ave. Ignacio Agramonte s/n A. P. 405, Camagüey, Cuba, jbenitezenator@gmail.com

² Instituto de Investigaciones Forestales. Calle 174 no. 1723 e/ 17B y 17C, reparto Siboney, Playa, Ciudad de La Habana

³ Estación Experimental Forestal Baracoa. Carretera Central, Paso de Cuba, Baracoa, Guantánamo, Cuba

RESUMEN

En este trabajo se obtiene un modelo matemático partiendo de una muestra de 194 árboles de Casuarina equisetifolia Forst. y que permite determinar la altura total de los árboles en pie, utilizándose 151 valores para el análisis de regresión y 43 mediciones, distribuidas en todo el rango diamétrico para realizar la validación de la ecuación seleccionada. El presente estudio se realizó en plantaciones que se encuentran en la sabana serpentina de la provincia de Camagüey, ubicadas en áreas de las localidades Las Cuabas, La Experiencia y El Cromo, de la Unidad Silvícola Camagüey, de la Empresa Forestal Integral del mismo nombre. Los datos fueron obtenidos de 30 parcelas temporales de muestreo de 500 m² ubicadas en el área mediante un muestreo aleatorio simple. El procesamiento de la información se realizó por medios computarizados con el paquete estadístico SPSS versión 10 y el programa de asistentes matemáticos Derive para Windows. El modelo seleccionado realiza una estimación precisa de los valores reales.

Palabras clave: *Casuarina equisetifolia*, modelos matemáticos, altura, análisis estadístico

ABSTRACT

A mathematical model was obtained from this work taking into account a sample of 194 Casuarina equisetifolia Forst. trees, which allow to determinate the total height of the trees from the normal diameter, with the use of 151 values for the regression analysis and 43 to do the validation of the equation. The present study was done in a plantations situated in a serpentine savanna of Camagüey province, located in areas of Las Cuabas, La Experiencia y El Cromo site belonging to Camagüey Integral silvicultural Unit of the Camagüey Integral Forestry Enterprise. Data emerged from 30 temporal stands of 500 m² sample; they were processed using a computer program SPSS version 10 and the mathematical assistant program Derive for Windows. The model selected estimate the values with great precision.

Key words: *Casuarina equisetifolia*, mathematical models, height, statistical analysis

INTRODUCCIÓN

La altura de un árbol es la longitud del segmento de recta que une el pie del árbol a su yema terminal [Pardé y Bouchon, 1994]. La medición de la altura de los árboles se puede realizar con diferentes instrumentos, dentro de los cuales podemos señalar pértigas telescópicas, plancheta isométrica, relascopio de Bitterlich y los hipsómetros de Suunto y Blume-Leiss, Christen. Synnott (1991) [citado por Aristizabal *et al.*, 2002] plantea que cualquier instrumento que se use para las mediciones en altura deberá ser de uso rápido, fácil y constante, y preferiblemente tener la escala de altura visible al mismo tiempo que la parte superior del árbol.

Los hipsómetros más recomendables para medir la altura son el Suunto, el Haga y el Blume-Leiss, todos basados en el uso de un péndulo o contrapeso para establecer una vertical de referencia, y sujetos a errores altos si no se usan con cuidado. La vara es preferible cuando sea práctico usarla. Siempre deben de tomarse varias lecturas; la mediana de tres sería recomendable. Se debe además verificar periódicamente la calibración del instrumento [García, 1995].

También la medición de la altura se realiza por estimación ocular, colocando si es preciso al pie del árbol una pértiga de longitud conocida [Pardé y Bouchon, 1994]. Con este método de medición se logra una precisión de 1 a 2 m, con un chequeo regular para verificar las estimaciones realizadas [Aristizabal *et al.*,

2002]; sin embargo, debe utilizarse un método de medición más exacto siempre que sea posible.

Es muy importante la estimación de la altura total de los árboles en la dendrometría, por ser una variable independiente importante para realizar cuantificaciones de biomasa o madera en el árbol [Corvalán, 1998]. El conocimiento de la altura es necesario tanto para la estimación de las existencias como para su uso en modelos de crecimiento [Barrio *et al.*, 2004].

La medición de alturas en árboles en pie presenta dificultades [Zakrzewski y Ter-Mikaelian, 1993]. En general se cometen errores importantes en su medición, con un elevado costo [Mariot, 1988]. Por tal razón, para la medición de la altura diversos autores han hecho estudios encaminados a la determinación de sus modelos de estimación [Husch *et al.*, 1993; Prodan *et al.*, 1997; Andenmatten y Letourneau, 1998; Corvalán, 1998; López *et al.*, 2003; Sánchez *et al.*, 2003; Barrio *et al.*, 2004].

Partiendo de lo planteado en los párrafos anteriores, el objetivo de este trabajo es determinar un modelo que permita estimar la altura total de los árboles en pie de plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst.

MATERIALES Y MÉTODOS

La investigación se realizó en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst. que se encuentran ubicadas en áreas de las localidades Las Cuabas, La Esperanza y El Cromo, de la Unidad Silvícola Camagüey, pertenecien-

te a la Empresa Forestal Integral Camagüey, en esa provincia.

Las plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst. estudiadas presentan un buen estado sanitario; no se observaron daños importantes por el ataque de plagas y enfermedades, ni tampoco abundaban los árboles muertos en pie, ni en el suelo. Sus principales objetivos son la producción de madera rolliza, traviesas de ferrocarril, carbón vegetal y leña.

En primer lugar, para evaluar las características del área comprendida en ese estudio se realizó un reconocimiento previo y se corroboraron los datos obtenidos de ordenación de la Empresa Forestal Integral Camagüey sobre las plantaciones (especie, edad, densidad, etc.). A partir de este análisis se levantaron 30 parcelas temporales de muestreo (PTM) de 500 m² (0,05 ha), de superficie rectangular (20 x 25). Parcelas de este tipo han sido empleadas en estudios sobre biomasa por diversos autores [Jara, 2001; Benítez, 2003].

La distribución de las parcelas se hizo mediante el método de muestreo aleatorio simple, consistente en distribuir las parcelas mediante una selección al azar, donde cada parcela tiene la misma probabilidad de ser elegida para formar parte de la muestra [Ferreira, 1994]. Desde el punto de vista estadístico este diseño es una aplicación exacta de las leyes probabilísticas, por lo que sus resultados tienen alta confiabilidad, son imparciales y consistentes [Calderón *et al.*, 2002].

Las mediciones fueron tomadas de los árboles tipo seleccionados por cla-

ses diamétricas, a los cuales se les midió el diámetro normal ($d_{1,30}$) y del tocón; luego de ser talados se obtuvo la altura total empleando una cinta métrica de 30 m con aproximación al centímetro.

Para realizar la estimación de la altura de los árboles se empleó una muestra de 194 mediciones. De ellas 151 se utilizaron para la construcción de los modelos matemáticos, y 43 distribuidas por todo el rango diamétrico se usaron en su validación. Los modelos probados para realizar la estimación de la altura de los árboles fueron los que se muestran a continuación:

$$\ln y = b_0 + b_1 \ln c \quad (1)$$

$$y = b_0 + b_1 \ln c \quad (2)$$

$$\ln y = b_0 + b_1 \ln x \quad (3)$$

$$y = b_0 + b_1 \ln x + b_2 \ln c \quad (4)$$

$$\ln y = b_0 + b_1 \ln x + b_2 \ln c \quad (5)$$

donde:

b_0 : Constante

b_1, b_2 : Coeficientes de la regresión

y: Altura total

x: Diámetro normal

c: Diámetro del tocón

Ln: Logaritmo natural

Como variables independientes o predictoras se utilizaron el diámetro normal ($d_{1,30}$) y el diámetro del tocón. La variable dependiente o predecida fue la altura total de los árboles. A cada modelo probado se le aplicó su correspondiente análisis de varianza.

Los datos obtenidos fueron procesados por medios automatizados, y se

utilizó el programa de asistentes matemáticos Derive para Windows, y los sistemas de cálculos estadísticos Statistica versión 5, y SPSS para Windows versión 10, con un nivel de significación $\mu = 0,05$. Al respecto, Pardé y Bouchon (1994) y Macdiken (1997) recomiendan en materia forestal adoptar como intervalo de confianza el que corresponde a una probabilidad del 95%.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para determinar los modelos de regresión que permiten estimar la altura total de los árboles se partió de la correlación existente entre las

variables medidas. Los resultados de la matriz de correlación construida muestran la estrecha relación entre la variable dependiente (altura) y las independientes (diámetro del tocón y el normal), es decir, que existe un alto nivel asociación entre ellas. Todos los coeficientes de correlación se encuentran por encima de 0,89 (*Tabla 1*).

En la *Tabla 2* se reflejan los mejores modelos desarrollados con las variables empleadas para estimar la altura total, mostrándose los valores del coeficiente de determinación (R^2), error estándar de estimación (S) y el índice de Furnival (IF) de cada uno de ellos.

TABLA 1
Matriz de correlación para la estimación de la altura

	$d_{1.30}$	d_{toc}	h	$\ln d_{1.30}$	$\ln d_{toc}$	$\ln alt$
$d_{1.30}$	1,00					
d_{toc}	0,97	1,00				
h	0,93	0,95	1,00			
$\ln d_{1.30}$	0,97	0,94	0,93	1,00		
$\ln d_{toc}$	0,94	0,97	0,95	0,97	1,00	
$\ln alt$	0,89	0,92	0,99	0,93	0,95	1,00

TABLA 2
Modelos para determinar la altura de los árboles

<i>Modelos de regresión</i>	R^2	S	IF
6. $\ln h = 0,961206 + 0,673870 \cdot \ln d_{toc}$	0,91	0,0806	1,32
7. $h = - 12,5776 + 10,8385 \ln d_{toc}$	0,90	1,3647	1,36
8. $\ln h = 1,157391 + 0,660253 \cdot \ln d_{1.30}$	0,86	0,0982	1,61
9. $h = - 12,3154 + 1, 7716 \cdot \ln d_{1.30} + 9,1302 \cdot \ln d_{toc}$	0,90	1,3595	1,36
10. $\ln h = 0,971728 + 0,0711 \cdot \ln d_{1.30} + 0,6053 \cdot \ln d_{toc}$	0,91	0,0807	1,33

Los modelos comparados muestran elevados coeficientes de correlación y determinación con bajos errores estándares de estimación. El mejor comportamiento respecto a los estadígrafos se observa en el modelo 6,

con resultados muy similares a los obtenidos por el 10; sin embargo, solo con estos parámetros no basta para determinar el mejor modelo, pues hay ecuaciones con transformación en la variable dependiente y sin ella

(se encuentran en diferentes planos muestrales). En los valores obtenidos del índice de Furnival se aprecia que en efecto la mejor ecuación para estimar la altura es la 6, al poseer un menor valor.

En este caso el modelo con transformación logarítmica de la altura y el diámetro del tocón arroja los mejores resultados. Diferentes autores han desarrollado modelos lineales y no lineales para determinar la altura de los árboles de diversas especies forestales [Husch *et al.*, 1993; Andenmatten y Letourneau, 1998; Corvalán, 1998; Nebel *et al.*, 2000; Sánchez *et al.*, 2003; López *et al.*, 2003; Barrio *et al.*, 2004]. Modelos para calcular la altura media de la masa en función de la altura dominante y otras variables opcionales han sido desarrollados por Sánchez *et al.* (2003).

El resultado del modelo seleccionado para estimar la altura en la especie en estudio al ser logarítmico se ajusta a lo planteado por Husch (1993) [ci-

tado por Corvalán, 1998], quien expresa que la relación funcional entre la altura total y el diámetro no es lineal, sino logarítmica, exponencial asintótica o parabólica. Estudios donde se realiza la determinación de índices dasométricos para la especie fueron sido determinados por Báez (1988) en plantaciones jóvenes de la provincia de La Habana.

Brown *et al.* (1989) utilizó una función de altura, basada en datos de Venezuela, Puerto Rico y Papua Nueva Guinea. Esta ecuación es una recta en el sistema doble logarítmico. Otras funciones para estimar la altura de los árboles en diferentes tipos de bosques han sido construidas por diferentes autores [Dauber *et al.*, 2000].

Los resultados del análisis de varianza realizado a la ecuación seleccionada para estimar la altura en este estudio muestran un alto valor de la razón F que refleja el buen ajuste que poseen las relaciones planteadas (Tabla 3).

TABLA 3
Análisis de varianza de la ecuación seleccionada

Modelo 6	Suma de cuadrados	Grados de libertad	Media cuadrática	F	P
Regresión	9,28565	1	9,28565	1428,15	0,000
Residual	0,94277	149	0,0065		
Total	10,2284				

En los resultados de la validación de los modelos que se muestran en la Tabla 4 observamos que el 93 tiene el menor valor de la desviación global (2,63 %), así como los menores valores de desviación agregada y sesgo. En el

caso del error medio cuadrático, este modelo posee el segundo mejor comportamiento, por lo que, si analizamos de forma integral, es el más adecuado para ser empleado en la estimación de la variable dependiente.

TABLA 4
Validación de los modelos

Modelo	DG (%)	DA (m)	E (m)	EMC (m)
6	- 2,63	- 0,4755	- 0,2377	2,1775
7	- 5,05	- 0,6290	- 0,4573	2,9603
8	6,29	0,8433	- 1,2819	3,3286
9	4,79	0,6588	- 0,4067	2,1147
10	- 3,17	- 0,5615	- 0,2847	2,4036

Antes del empleo de un modelo matemático es importante constatar el cumplimiento de los supuestos teóricos del análisis de regresión. En la Fig. 1, donde se observa el gráfico de

probabilidad normal de los residuos, apreciamos que los puntos se sitúan muy próximos a la diagonal, por lo que se cumple la normalidad de los residuales.

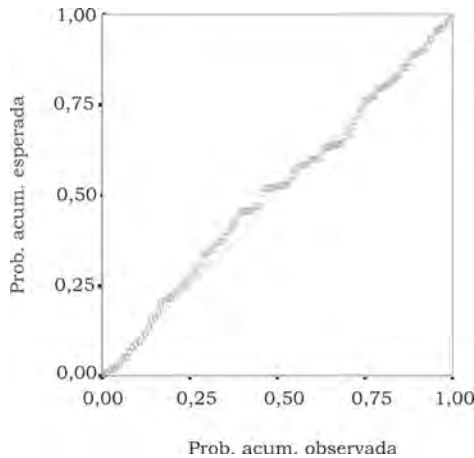


Figura 1. Gráfico de probabilidad normal.

La homocedasticidad se refiere al supuesto de que las variables dependientes exhiban iguales niveles de varianza a lo largo del rango del predictor de las variables. El gráfico basado en la t de student muestra los puntos distribuidos de forma más o menos regular en todo el rango de valores, cumpliéndose de esta forma la homogeneidad de varianza (Fig. 2).

Los residuos son independientes, pues su distribución no muestra una forma consistente, es decir, los valores de predicción no están relacionados (Fig. 2).

No se muestra además ninguna pauta no lineal entre los residuos, lo cual asegura que la ecuación considerada sea lineal.

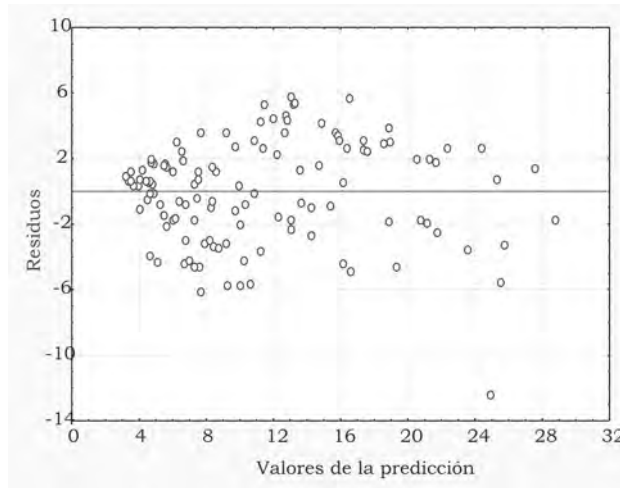


Figura 2. Gráfico basado en la t de student.

CONCLUSIONES

- Existe una fuerte relación entre el diámetro tocón (d_{toc}) y la altura total de los árboles, por lo que es posible estimar la altura empleando un modelo de regresión.
- La ecuación que mejor estima la altura total en la especie estudiada es la siguiente:
 $\ln h = 0,961206 + 0,673870 \cdot \ln d_{\text{toc}}$
- El modelo seleccionado estima los valores reales con gran precisión, pues los resultados de la validación son satisfactorios.

BIBLIOGRAFÍA

- ANDENMATTEN, E.; F. LETOURNEAU: «Estimación de alturas para su empleo en tablas de volumen de árbol individual», revista *Quebracho* 6:27-34, 1998.
- ARISTIZABAL, J.; A. GUERRA; B. GUITIÉRREZ; M. ROMERO: «Estimación de la tasa de fijación de carbono en el sistema agroforestal nogal cafetero (*Cordia alliodora*), cacao (*Theobroma cacao* L.)-plátano (*Musa paradisiaca*)», tesis para optar por el título de Ingeniero Forestal, Corpoica / Universidad Distrital Francisco José de Caldas, Bogotá, Colombia.
- BÁEZ, R.: «Estudios dasométricos en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst. en suelos de la provincia de La Habana», tesis doctoral, Iscah Frutuoso Rodríguez, INCA.
- BARRIO, M.; J. G. ÁLVAREZ; H. DÍAZ-MAROTO: «Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para *Quercus robur* L. en Galicia basada en un modelo de cálculo porcentual», revista *Investigación Agraria, Serie Sistemas y Recursos Forestales* 13(3):506-517, 2004.
- BENÍTEZ, J. Y.; M. RIVERO; A. VIDAL; J. RODRÍGUEZ; R. C. ÁLVAREZ: «Estimación del diámetro de copa a partir del diámetro normal en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst.», revista *Investigación Agraria, Serie Sistemas y Recursos Forestales* 12(2):37-41, 2003.
- BROWN, S.; J. R. GILLESPE; A. E. LUGO: Biomass Estimation for Tropical Forest with Applications to Forest Inventory Data», *Forest Science* 35(4):881-902, 1989.
- CALDERÓN, S.; J. GAYOSO; J. GUERRA; B. SCHELEGEL: «Inventarios forestales para contabilidad de carbono», Universidad Austral de Chile, 2002.
- CORVALAN, P.: Modelos dendrométricos para la especie *Araucaria araucana* (Mol.) C. Koch en

- rodales fuertemente intervenidos», 1998, http://www.mmedios.uchile.cl/jbarrios/revista/Resúmenes/1997-98a4_vol12-13_n1-2.htm (consulta: 10 diciembre del 2006].
- DAUBER, E.; J. TERÁN; R. GUZMÁN: «Estimaciones de la biomasa y carbono en bosques naturales de Bolivia», Superintendencia Forestal, Santa Cruz de la Sierra, Bolivia, 2000.
- FERREIRA, O.: *Manual de inventarios forestales*, 2.^a ed., Escuela Nacional de Ciencias Forestales, Siguapeteque, Honduras, 1994.
- GARCÍA, O.: *Apuntes de mensura forestal. I Estática*, Chile, Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Austral de Chile, 1995.
- HUSCH, B.; CH. MILLER; TH. BEERS: *Forest Mensuration*, 3rd ed., Krieger Publishing, 1993.
- JARA, L. F.: «Metodología para la estimación de carbono en plantaciones jóvenes del Ecuador», revista *Forestal Iberoamericana* 1(4):35-41, 2001.
- LÓPEZ, C.; J. GORGOSO; F. CASTEDO; A. ROJO; R. RODRÍGUEZ; J. G. ÁLVAREZ; F. SÁNCHEZ: «Comparison of Generalized Height-Diameter Models for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Norwest Spain)», *Annales Sciences Forestiere* 60:237-245, 2003.
- MACDIKEN, K.: «A Guide to Monitoring Carbon Storage in Forestry and Agroforestry Projects», Winrock International, 1611 N, Kent St., Suite 600, Arlington, EE. UU., 1997.
- MARIOT, V.: «Tablas de cubicación de madera en pie en montes implantados, ventajas y desventajas en el uso de las variables DAP, alturas y coeficientes de formas», Actas del VI Congreso Forestal Argentino, Santiago del Estero, Argentina, t. II, 1988, pp. 444-448.
- NEBEL, G.; J. GRADSTED; A. SALAZAR: «Depósito de detrito, biomasa y producción primaria neta en los bosques de la llanura aluvial inundable de la amazonía peruana», *Folia Amazónica* 11(1-2):41-63, 2000.
- PARDÉ, J.; J. BOUCHON: *Dasometría*, España, 1994.
- PRODAN, M.; R. PETERS; F. COX; P. REAL: *Mensura forestal*, Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA) / Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ), San José, Costa Rica, 1997.
- SÁNCHEZ, F.; R. RODRÍGUEZ; A. ROJO; J. G. ÁLVAREZ; C. LÓPEZ; J. GORGOSO; F. CASTEDO: «Crecimiento y tablas de producción de *Pinus radiata* D. Don en Galicia» revista *Investigación Agraria, Serie Sistemas y Recursos Forestales* 12(2):65-83, 2003.
- ZAKRZEWSKI, W. T.; M. TER-MIKHAELIAN: «New Application of a Polynomial Curve to Plot Volume Estimation», *Canadian Journal of Forest Research* 24:1083-1088, 1993.