

MODELO MATEMÁTICO PARA LA PREDICCIÓN DEL RENDIMIENTO A COMPRESIÓN EN *PINUS TROPICALIS* MOR. A ESCALA DE LABORATORIO

Ing. Katia Manzanares Ayala,¹ Ing. Digna Velázquez Viera,¹ Lic. Francisco Martínez Luzardo,² y Téc. Miguel Sosa Arias³

¹ Instituto de Investigaciones Forestales. Calle 174 no. 1723 e/ 17 B y 17 C, Reparto Siboney, Playa, La Habana, teléf.: 208 4046, digna@forestales.co.cu

² Instituto Superior de Ciencias y Tecnologías Nucleares, Universidad de La Habana, luzardo@ctn.isctn.edu.cu

³ Quinta de los Molinos. Ave. Salvador Allende y Luaces, Plaza de la Revolución, La Habana, teléf.: 878 2811

RESUMEN

*Con el empleo de técnicas de optimización se evaluaron las formulaciones obtenidas en probetas cúbicas de compuestos mineralizados fabricados con la especie *Pinus tropicalis* Morelet.*

Se distribuyeron 16 ensayos de acuerdo con un diseño 2^{7-4} , y además se preparó una corrida de 15 experimentos desarrollados con un plan tridimensional con $\pm = 2$. Se obtuvo un polinomio de respuesta de la prueba de compresión y la figura geométrica representativa del espacio factorial evaluado, y una formulación optimizada portadora de un aglutinante alternativo compuesto por un bajo consumo de cemento Portland y la incorporación de hidrato de cal como sustituto parcial del adhesivo básico.

Palabras clave: *Pinus tropicalis*, modelo matemático, compuestos mineralizados

ABSTRACT

*With the employment of optimization technical the formulations were evaluated on cubic test of mineral bonded wood composites materials with *Pinus tropicalis* Morelet the specie.*

They were 16 experiments distributed according to a design 2^{7-4} and it also get ready a race of 15 experiments developed with a three-dimensional plan with $\pm = 2$. It was obtained a polynomial of answer of the compression test and the representative geometric figure of the evaluated factorial space. A formulation optimized was an alternative binder composed by little cement Portland consumption and the incorporation of hydrate of lime as partial substitute of the basic adhesive.

Key words: *Pinus tropicalis*, mathematical model, composite material

INTRODUCCIÓN

Los desechos leñosos industriales más importantes para la obtención de productos con valor agregado son los residuos gruesos de aserraderos, como costaneras, varillas de canteadoras y recorterías, así como las fábricas de pulpa de celulosa y de tableros de fibras de media densidad (MDF) según confirma Takano *et al.* (2000). Los compuestos con ligantes minerales aparecen en Europa en 1921 como resultado del desarrollo de los productos aglomerados, y son un ejemplo de la aplicación de la estrategia de adición de valor del recurso forestal. Estos ecomateriales, como también se conocen, representan una corriente constructiva contemporánea que ha despertado el interés en los estudios de aglutinantes alternativos que permitan descender el consumo parcial de cemento Portland convencional por agregados y otras sustancias cementantes locales [Savastano, 2001]. Tales productos pueden utilizarse como elementos prefabricados de techos, paredes y pisos en la construcción de viviendas

emergentes, y de forma especial en situaciones de desastres naturales [Soriano, 2001].

El objetivo del trabajo es explorar la búsqueda de una dosificación adecuada para elementos de paredes utilizando los modelos estadístico-matemáticos para la predicción del rendimiento de las probetas cúbicas elaboradas con la especie *Pinus tropicalis* Morelet.

MATERIALES Y MÉTODOS

Descripción del programa experimental

Se aplicó en la primera fase un plan factorial fraccionario saturado 2^7 dependiente, y las corridas experimentales se efectuaron en orden aleatorio. Las relaciones de la mezcla se muestran en las Tablas 1 y 2. En una segunda etapa se aplicó un plan cuadrático tridimensional con $a = 2$ para optimizar el sistema. La matriz experimental descodificada se detalla en la Tabla 3.

TABLA 1
Diseño de la matriz descodificada sin cambio de signo

Corridas	Cemento (g)	Madera (g)	Agua (mL)	Cal (g)	Arcilla (g)
1	240	145	415	285	260
2	365	145	415	130	145
3	240	195	415	130	260
4	365	195	415	285	145
5	240	145	520	285	145
6	365	145	520	130	260
7	240	195	520	130	145
8	365	195	520	286	260

TABLA 2**Diseño de la matriz descodificada con cambio de signo**

<i>Corridas</i>	<i>Cemento (g)</i>	<i>Madera (g)</i>	<i>Agua (mL)</i>	<i>Cal (g)</i>	<i>Arcilla (g)</i>
1	240	145	415	130	145
2	365	145	415	285	260
3	240	195	415	285	145
4	365	195	415	130	260
5	240	145	520	130	260
6	365	145	520	285	145
7	240	195	520	285	260
8	365	195	520	130	145

TABLA 3**Diseño del plan compuesto central y rotativo tridimensional para la especie**

<i>Exper Pt.</i>	<i>Cemento (g)</i>	<i>Cal (g)</i>	<i>Agua (mL)</i>	<i>Exper Pt.</i>	<i>Cemento (g)</i>	<i>Cal (g)</i>	<i>Agua (mL)</i>
E1	305(-1)	250(-1)	400(-1)	E9	220(- α)	300(0)	475(0)
E2	455(1)	250(-1)	400(-1)	E10	530(2)	300(0)	475(0)
E3	305(-1)	350(1)	400(-1)	E11	380(0)	200(- α)	475(0)
E4	455(1)	350(1)	400(-1)	E12	380(0)	400(α)	475(0)
E5	305(-1)	250(-1)	550(1)	E13	380(0)	300(0)	325(- α)
E6	455(1)	250(-1)	550(1)	E14	380(0)	300(0)	625(α)
E7	305(-1)	350(1)	550(1)	E15	380(0)	300(0)	475(0)
E8	455(1)	305(1)	550(1)				

Ensayo de resistencia a compresión

Se ensayaron 31 probetas a la edad de veintiocho días según una variante de la NC 54-109-85. La carga se obtuvo por una máquina destinada a la aplicación de cargas estáticas en escala de 4 t y el cálculo del módulo

de ruptura a compresión se realizó según la expresión siguiente:

$$C = P/S$$

donde:

C: Esfuerzo de ruptura a compresión (MOR) (kg/cm²)

P: Carga máxima de ruptura (kg)

S: Área de la probeta (cm²)

Superficie de nivel de la función de respuesta

Al resolver el plan compuesto central tridimensional con $a = 2$ en la zona

$$R = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3$$

Se tomaron como indicadores constantes de fabricación 190 g de madera para un 14% de humedad de las astillas. Se realizaron cinco réplicas en el centro del plan para calcular la varianza del error puro (S^2_{pe}).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tamizaje de las variables

Para el diseño fraccionario saturado de *Pinus tropicalis* Mor. solamente la variable codificada individual B_1 (ce-

del espacio factorial se obtiene un polinomia con 10 coeficientes de la forma siguiente:

mento) influye de manera significativa con sentido al incremento, en los valores del módulo de ruptura (Tablas 4 y 5). Al efectuar las semisumas de los coeficientes de las ocho corridas dadas por la matriz D_1 y la segunda mitad del plan con cambio de signo D_2 , se corrobora que la mayor magnitud positiva corresponde precisamente al cemento, y le sigue en orden descendente el agua (B_3), y la madera (B_2), aunque sus valores no son significativos (Fig. 1).

TABLA 4
Semisumas de los coeficientes del diseño saturado *Pinus tropicalis*
($p < 0,05$)

Nombre del coeficiente	Simbolo del coeficiente	Sin cambio de signo	Con cambio de signo	Semisuma	Significado
Cemento	B_1	4,59125	5,8000	5,1956	*
Madera	B_2	-3,6837	-3,1562	-3,42	NS
Agua	B_3	1,7887	2,7125	2,2506	NS
Arcilla	B_{13}	0,08	1,5825	0,83125	NS
Cal	B_{12}	1,4262	-7,59	-3,085	NS

TABLA 5
Rendimientos del plan fraccionario saturado 2^{7-4} *Pinus tropicalis*

Sin cambio de signo			Con cambio de signo		
D1	kg/cm ²	Mpa	D2	kg/cm ²	Mpa
	y(1) = 29,58	y(1) = 2,9		y (1) = 9,51	y (1) = 0,95
	y (2) = 30,01	y (2) = 3,01		y (2) = 28,68	y (2) = 2,86
	y (3) = 10,36	y (3) = 1,06		y (3) = 17,34	y (3) = 1,73
	y (4) = 18,95	y (4) = 1,89		y (4) = 15,04	y (4) = 1,50
	y (5) = 29,13	y (5) = 2,91		y (5) = 13,11	y (5) = 1,31
	y (6) = 32,36	y (6) = 3,23		y (6) = 47,50	y (6) = 4,75
	y (7) = 8,62	y (7) = 0,86		y (7) = 18,26	y (7) = 1,82
	y (8) = 24,10	y (8) = 2,41		y (8) = 13,40	y (8) = 1,34
	Sbo = 2,945335	S ² pe= 17,35			

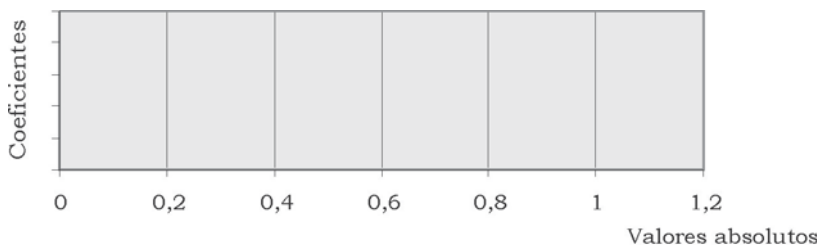


Diagrama de Pareto de semisumas

Figura 1. Valores absolutos de los coeficientes de las de las semisumas.

La variable B_{12} (cal), a pesar de no ser significativo su efecto sobre el rendimiento como variable simple, juega un papel importante interactuando con el agua, por lo que no se puede subestimar su aplicación en la formulación. En cambio, la variable arcilla (B_{13}) parece haber tenido poca influencia en el rendimiento, resultado que coincide con lo informado por Velázquez *et al.* (2005) en dosificaciones realizadas en probetas cúbicas donde obtuvo rendimientos

muy bajos con consumos de cemento de $0,400 \text{ g/cm}^3$ y virutas de aserradero.

Diseño de optimización

El desarrollo del plan tridimensional del *Pinus tropicalis* Mor. indica que son significativos los coeficientes de las variables simples y cuadráticas b_1 (cemento) y b_{33} (agua), y además las interacciones de segundo orden de las variables cemento-agua (b_{13}) y cal-agua (b_{23}) (Tabla 6).

TABLA 6
Cálculo de los coeficientes significativos del plan tridimensional

<i>Coefficientes significativos</i>			
$b_0 = 52,4922$		$b_{13} = 7,14375$ (cemento-agua)	
$b_1 = 4,456875$ (cemento)		$b_{23} = 7,07375$ (cal-agua)	
$b_{33} = -6,002768$ (agua)		$L = 5$	
<i>Desviación típica de los coeficientes: S</i>			
$S(b_0) = 5,072365$	$S(b_3) = 1,43788$	$S(b_{33}) = 1,728117$	$S(b_{23}) = 2,03347$
$S(b_1) = 1,43788$	$S(b_{11}) = 1,728117$	$S(b_{12}) = 2,03347$	
$S(b_2) = 1,43788$	$S(b_{22}) = 1,728117$	$S(b_{13}) = 2,03347$	$S^2 \text{ pe} = 7,68$

Se observa que la resistencia a compresión se favorece con el aumento del cemento y la disminución del volumen de agua hasta determinados límites, por el hecho de existir un efecto cuadrático significativo del agua (b_{33}). Las interacciones entre los dos tipos de adherentes inorgánicos y el agua aumentan en idéntica medida y hacia la misma dirección debido a que sus respectivos coeficientes presentan signo positivo y valores absolutos casi semejantes.

De forma general es notable la respuesta de la variable dependiente del sistema en los 15 experimentos del diseño de optimización, ya que todos

los puntos superan ampliamente las indicaciones de los patrones internacionales 10-20 kg/cm² (1-2 Mpa) para muros divisorios (Tabla 7). De acuerdo con los datos normalizados referidos por Hernández y Press (1987), se interpreta que los experimentos E₅ y E₁₃ de la especie *Pinus tropicalis* Morelet son aptos para ser equiparados con la calidad C de 20 cm y la clasificación B de 15 cm de espesor. Las variantes (E₃, E₄, E₇, E₉, E₁₄) se ajustan además a los tipos I y II destinados para muros de carga de menor cuantía. El resto de los tratamientos de ambas especies satisfacen los requerimientos de la clase A del tipo I y II para muros de carga.

TABLA 7
Resultados obtenidos en la dosificación del PlanCuadrático
Tridimensional de Pinos tropicalis Mor.

Exper.	Aglutinante alternativo		Adherente total (g)	Agua (mL)	Relación a-c	(MOR)	Relación a-a
	Cemento P 350 (g)	Cal (g)				Compresión Mpa	
E1	305(-1)	250(-1)	555	400(-1)	1,31	5,72	0,72
E2	455(1)	2508(-1)	705	400(-1)	0,87	4,23	0,56
E3	305(-1)	350(1)	655	400(-1)	1,31	3,84	0,61
E4	455(1)	350(1)	805	400(-1)	0,87	3,29	0,49
E5	305(-1)	250(-1)	555	550(1)	1,80	2,76	0,99
E6	455(1)	250(-1)	705	550(1)	1,20	4,06	0,78
E7	305(-1)	350(1)	655	550(1)	1,80	3,65	0,83
E8	455(1)	305(1)	805	550(1)	1,20	6,025	0,68
E9	220(-2)	300(0)	520	475(0)	2,06	3,70	0,91
E10	530(2)	300(0)	830	475(0)	0,89	6,25	0,57
E11	380(0)	200(-2)	580	475(0)	1,25	4,34	0,57
E12	380(0)	400(2)	780	475(0)	1,25	4,54	0,60
E13	380(0)	300(0)	680	325(-2)	0,85	2,77	0,47
E14	380(0)	300(0)	680	625(2)	1,64	3,11	0,47
E15	380(0)	300(0)	680	475(0)	1,25	5,43	0,69

Descripción matemática de la función rendimiento

Después de eliminar los coeficientes no significativos se obtuvo el polinomio siguiente:

$$R_t = 52,49224 + 4,456875 X_1 - 6,002768 X_3^2 + 7,14375 X_1 X_3 + 7,07375 X_2 X_3$$

donde:

- R_t : Esfuerzo de ruptura por compresión para *Pinus tropicalis* Mor.
- X_1 : Cantidad de cemento (g)
- X_3 : Volumen de agua (mL)
- $X_1 X_3$: Interacciones de las variables cemento-agua (g/mL)

$X_2 X_3$: Interacciones de las variables cal-agua (g/mL)

Se chequeó el ajuste del modelo matemático obtenido en la especie evaluada y se determinó que es adecuado, puesto que existe concordancia entre las cifras dadas por el modelo y los valores experimentales (Tabla 7). Las superficies de respuesta están representadas en la Fig. 2.

Pimentel y Beraldo (2001) encontraron un polinomio lineal con muestras de *Pinus caribae* donde aparece el cemento y la cal como variables significativas precedida de signo negativo en la prueba de flexión en aplicaciones para tejas.

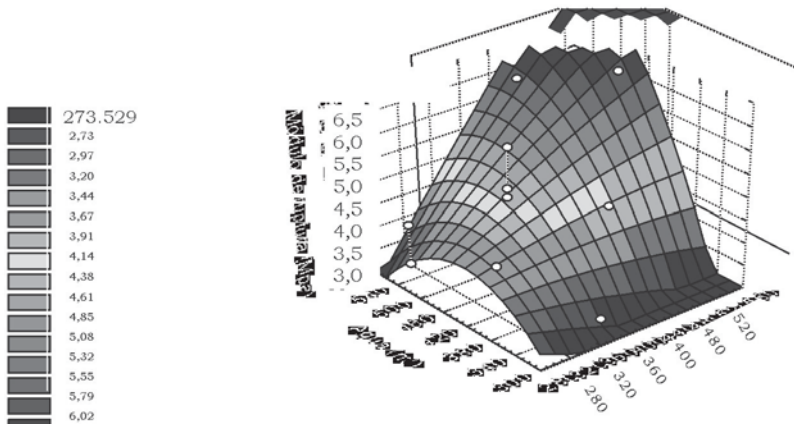


Fig. 2. Representación geométrica del polinomio de respuesta.

CONCLUSIONES

- Se podría tomar como una solución para la especie *Pinus tropicalis* Mor. trabajar en las condiciones dadas por el experimento E₉, cuyo rendimiento registra valores de 37 kg/

cm² (3,7 Mpa) aptos para muros no portantes.

- El aglutinante alternativo obtenido se corresponde con el nivel máximo negativo de cemento y el central de cal y agua para lograr índices de consumo racio-

nalmente minimizados en la formulación.

- El polinomio de respuesta encontrado presenta como variables el cemento, el agua y las interacciones cal-agua y cemento-agua, y permite la predicción del rendimiento de la prueba de compresión dentro del espacio factorial evaluado.

BIBLIOGRAFÍA

- HERNÁNDEZ, E.; E. PRESS: *Tecnología de los productos de hormigón*, Ed. Pueblo y Educación, La Habana, 1987.
- PIMENTEL, L.; A., BERALDO: «*Pinus caribaea* Wood Portland Cement Mortar Composite for Roofing Tiles Fabrication», Proceeding Agribuilding, Campinas, Universidad Sao Paulo, Brasil, 2001.
- SAVASTANO, H.: «Sustainable Cement Based Material and Techniques for Rural Construction», Proceeding Agribuilding, Campinas, Universidad Sao Paulo, Brasil, 2001.
- SORIANO, F.: «Abriendo las puertas a una nueva tecnología», *Revista Forestal Tropical* 9 (1):8-11, 2001.
- TAKANO, T.; K. MIURATA; K. NISHIMURA: 2000. Utilisation of Residues at Sawmills, Plywood Mills and Precut Factories in Japan, IUFRO XXI World Congress, Kuala Lumpur, 2000.
- VELÁZQUEZ, D.; K. MANZANARES; MA. A. GUYAT: «Dosificación de probetas con agregados locales», *Revista Forestal Baracoa* 24(2):77-82, 2005.